

Wissenschaftliche Prüfungsarbeit

gemäß §12 der Landesverordnung über die Erste Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien vom 07. Mai 1982, in der derzeit gültigen Fassung

Kandidat/In: Eugen Berger

der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Fach: Physik

Thema: Die Physik des Bumerangs



Erstgutachter/In: Prof. Dr. Uwe Gerd Oberlack
Zweitgutachter/In: Prof. Dr. Hans-Georg Sander

Abgabedatum: 11.04.2011

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	S. 3-4
2. Geschichte des Bumerangs	S. 5-6
3. Theoretische Grundlagen der Strömungslehre	S. 7-17
3.1 Kurzer historischer Rückblick	S. 7-8
3.2 Die Kontinuitätsgleichung	S. 8-10
3.3 Die Navier-Stokes Gleichung	S. 10-13
3.4 Die Eulersche Bewegungsgleichung	S. 13
3.5 Die Bernoulli-Gleichung	S. 14-17
4. Aerodynamische Grundlagen	S. 18-33
4.1 Tragflügel und sein Profil	S. 19-20
4.2 Aerodynamische Kräfte	S. 20-22
4.3 Demonstrationsexperimente	S. 22-33
4.3.1 Der Flettnerrotor	S. 22-28
4.3.2 Die angeströmte Platte	S. 28-30
4.3.3 Der Tragflügelmodell	S. 30-33
5. Der Bumerang	S. 34-49
5.1 Bumerang selber bauen	S. 34-36
5.2 Wie werfe ich ein Bumerang richtig	S. 36-40
5.3 Probewürfe und Beobachtungen	S. 40-41
5.4 Der Bumerang ist ein Tragflügel	S. 41-43
5.5 Der Bumerang als Kreisel	S. 43-45
5.6 Rückkehr des Bumerangs	S. 45-46
5.7 Das Flachlegen des Bumerangs	S. 46-47
5.8 Autorotation	S. 47-48
5.9 Der Radius der Bumerangkreisbahn	S. 48-49
6. Bumerang in der Schule	S.50-52
7. Zusammenfassung und Ausblick	S. 53
Literaturverzeichnis	S. 54-55
Dankaussagung	S. 56

1. Einleitung

Eines Tages war ich mit meinem Sohn und dem Hund meines Schwagers spazieren gewesen. Da es Draußen ein schönes Wetter war, haben wir anstatt der üblichen eine große Spazierroute gewählt. Der Weg führte uns auf den „Army-Gebiet“ in Mainz-Gonsenheim. Und da ist es passiert. Mein Sohn hat einen Mann gesehen, der einen Bumerang geworfen hat.

Das Faszinierende für ihn war, dass der Bumerang, nicht wie ein gewöhnlicher Gegenstand nach vorne geflogen und auf den Boden gefallen ist, sondern dass dieser bei seinem Flug eine Kreisbahn gemacht hat und zu dem Mann wieder zurückgekehrt ist.

Und direkt im Anschluss kam die beliebte Frage meines Sohnes: „Papa **WARUM** kam dieses Ding wieder zurück und ist nicht einfach auf den Boden gefallen?“ Viele Fragen konnte ich ihm erklären, wie z.B. „Warum fliegt der Bumerang?“ oder „Warum kehrt dieser wieder zurück?“, doch es sind ein Paar Fragen noch offen geblieben, wie z.B. „Wie muss ich ein Bumerang richtig werfen damit dieser wieder zurück kommt?“

Als wir wieder zu Hause waren, wollten wir sofort die noch offen gebliebene Fragen klären. Deshalb haben wir im Internet zum Thema „Bumerang“ recherchiert. Diesmal habe ich große Augen gemacht, auf wie viele Kleinigkeiten man beim Bumerangabwurf achten muss.

Die selbe Fragen, die mir mein Sohn gestellt hat, habe ich auch meinen Schülern (Klasse 11) gestellt. Wie ich auch erwartet hatte, haben die meisten Schüler gewusst, dass der Bumerang fliegen und wieder zurückkehren kann, aber auf die Frage „Warum?“ konnten sie mir keine richtige Antwort geben. Einige der Schüler haben mir berichtet, dass sie in ihrer Kindheit schon mal ein Bumerang gebaut haben, der allerdings nicht zurückkehrte. Und nun wollten sie von mir wissen warum der Bumerang fliegen und zurückkehren kann. Ich habe ihnen erklärt, dass der Bumerang fliegen kann, weil er ein „Flugobjekt“ ist und somit den Gesetzen der Strömungsmechanik und den Gesetzen des Auftriebs unterliegt. Der Bumerang kehrt zurück, weil er ein Kreisel ist und somit den Gesetzen der Kreiselmechanik wie die Erde unterliegt. Dadurch wurde bei ihnen das Interesse geweckt mehr über das Bumerang zu erfahren. Und so ist die Idee geboren, meine Examensarbeit zum Thema „Bumerang“ zu schreiben.

Ziel meiner Examensarbeit „Die Physik des Bumerangs“ ist, die physikalischen Prinzipien des Bumerangs auf die Schule zu übertragen. Die spielerische und sportliche Komponente soll dabei auf keinen Fall fehlen.

Die Arbeit wurde so aufgebaut, dass ich zuerst kurz auf die Geschichte des Bumerangs eingehe. Dies liegt daran, dass die meisten Menschen, wie auch ich, eine Fehlvorstellung haben, dass der Bumerang ursprünglich aus Australien kommt.

Als nächstes kommen die theoretischen Grundlagen der Strömungslehre. Diese werden benötigt, um später das Prinzip des Fliegens zu verstehen.

Danach wird kurz auf die aerodynamische Grundlagen eingegangen. Im Anschluss werden drei Experimente vorgestellt, mit denen das Prinzip des Fliegens erklärt werden kann. Für diese Experimente wurden keine teure Geräte verwendet und wurden so konstruiert, dass sie „relativ“ einfach nachgebaut werden können.

Im Kapitel (5) wird zuerst erläutert, wie man den Bumerang mit Hilfe von einfachen Mitteln selber bauen kann. Des Weiteren wird erklärt, was beim Abwurf des Bumerangs zu beachten ist, denn ohne richtige Abwurftechnik kommt der Bumerang nicht mehr zum Werfer zurück. Im Anschluss wird auf die physikalische Prinzipien für den Flug des Bumerangs eingegangen.

Am Ende der Arbeit, im Kapitel (6), stelle ich vor, wie das ganze „möglicherweise“ auf die Schule übertragen werden kann.

Da die Grundlagen für die Schüler etwas Anspruchsvoll sind, habe ich versucht diese zusätzlich anhand von den Beobachtungen aus dem „Alltag“ zu erklären.

2. Geschichte des Bumerangs

Das Wort Bumerang stammt vom australischen „boomari“, das soviel wie Wind bedeutet.

Heutzutage sind es in erster Linie die Aborigines, die Ureinwohner Australiens, die für die Verwendung von Bumerangs in ihrer Jahrtausende alten Geschichte und bis in die Gegenwart bekannt sind.

Der Gebrauch des Wurfholzes ist seit der Jungsteinzeit (ab ca. 5000 v. Chr.) durch Felsmalereien belegt, siehe Abbildung 1.



Abb. 1¹ : Felsbild-Abreibung, Nordschwede Angermanland, Nämforsen; Insel Notön 4000 Chr. Schamane mit Tier-Gesichtsmaske mit Linksseitig gehaltenem Bumerang

Funde aus dieser Zeit sind schwer als Einzelnachweise tauglich, da Holzgeräte durch Jahrtausende nur schwer zu erhalten sind. Der älteste bekannte Bumerang wurde 1985 in „Oblazowa - Höhle“ in den polnischen Karpaten entdeckt und konnte mit der Radiokarbonmethode auf ein Alter von etwa 20000 Jahren bestimmt werden. Aber auch in den Niederlanden, Amerika und Indien wurden Jagdbumerangs gefunden. Selbst in deutschen Hochmooren gibt es Bumerangsfunde, die auf 600 v. Chr. datiert sind, so dass man heute als gesichert annimmt, dass dieses Wurfgerät weltweit verbreitet war. In einer Grabkammer in Ägypten entdeckte man Wurfhölzer, von denen man vermutet, dass es sich um rückkehrende Bumerangs handelt.

In erster Linie war das Wurfholz eine Jagdwaffe (Fernwaffe, Flugwaffe) zum Jagen von Hasen und Flugwild sowie anderem Kleintier. Die Verwendung als Kampfmaschine spielte eine untergeordnete Rolle. Während in den meisten Kulturen Pfeil und Bogen die Wurfhölzer und Wurfkeulen dann aber ersetzten, ist dies in Australien nicht geschehen – die australischen Ureinwohner pflegten die Herstellung des Bumerangs bis in die Neuzeit. Das hat vermutlich etwas mit ihrer isolierten geographischen Lage und ihrer isolierten Friedfertigkeit zu tun.

¹ http://www.rebensburg.com/Bilder/ARCHAEO/felsbilder_bumerangs_1.jpg

James Cook brachte 1770 den ersten australischen Bumerang von seiner Reise aus Australien nach Europa. In den 1930er Jahren wurde der Bumerang als Sportgerät wiederentdeckt. Inzwischen gibt es auf der ganzen Welt 26 Länder mit nationalen Bumerang Clubs. Es werden Bumerang Europa- und Weltmeisterschaften mit internationalem Regelwerk, Wettkampdisziplinen und Randlisten veranstaltet. Es werden meistens folgende Disziplinen² durchgeführt:

- Australische Runde (Aussie Round)
Die so genannte Königsdisziplin. Der Bumerang soll möglichst über den 50 Meterkreis fliegen und im Optimalfall im Zentrumskreis wieder gefangen werden. Es gibt fünf Würfe pro Werfer, wobei je nach Weite, Rückkehrgenauigkeit und Fang Punkte verteilt werden.
- Accuracy:
Der Werfer darf den Bumerang nach dem Abwurf nicht mehr berühren. Es werden Punkte vergeben, je nach dem wie nah man am Zentrum der Bumerang landet. Jeder Werfer wirft fünf Mal.
- Endurance:
Es werden die Fänge innerhalb von fünf Minuten gezählt.
- Fast Catch:
Es wird die benötigte Zeit für fünf Fänge gestoppt.
- Trick Catch / Doubling:
Es werden Kunstfänge, wie Fänge hinter dem Rücken oder mit den Füßen, verlangt. Beim Doublingteil werden zwei Bumerangs gleichzeitig geworfen und beide nacheinander mit einem besonderen Fang gefangen.

Es gibt jedoch noch viele weitere Disziplinen.

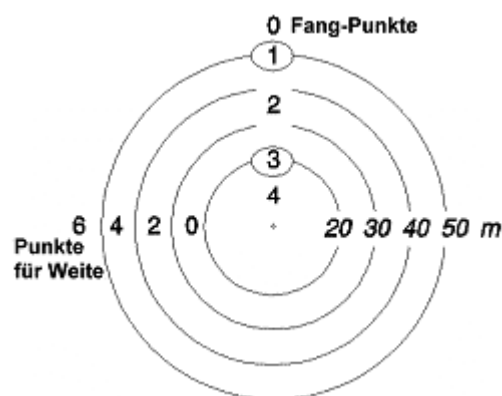


Abb. 2³: Schematisches Feld mit Punkteverteilung bei den Bumerangmeisterschaften

² <http://de.wikipedia.org/wiki/Bumerang>

³ <http://www.bumerangswelt.de/93/93409b.gif>

3. Theoretische Grundlagen der Strömungslehre

In diesem Kapitel werden folgende Themen dargestellt:

- Kontinuitätsgleichung
- Navier – Stokes Gleichung
- Eulersche Bewegungsgleichung
- Bernoulli – Gleichung

Als Grundlage für dieses Kapitel über die theoretischen Grundlagen der Strömungslehre dienten die Werke von WIEGHARDT, LÜST, GREINER, OTTEN und SPURK.

3.1 Kurzer historischer Rückblick

Die Strömungslehre ist ein Teilgebiet der Mechanik, die sich mit dem Verhalten von Flüssigkeiten und Gasen befasst. Um den Strömungszustand, wie z.B. eines Flugzeuges oder eines Schiffes, beschreiben zu können werden viele Messungen an geometrisch ähnlichen Modellen durchgeführt. Den bei gleicher Reynolds-Zahl (siehe Kapitel (3.3)) liefern geometrisch ähnliche Körper auch geometrisch ähnliche Strömungen.

Bereits alte Zivilisationen hatten genug Wissen, um bestimmte Probleme lösen zu können, wie z.B. ein Segelschiff mit Rudern gebaut werden soll. Die ersten Gesetze über den Auftrieb wurden von ARCHIMEDES (285-212 v.Chr.) formuliert. Bis zur Renaissance gab es stetige Verbesserungen bei der Konstruktion von Schiffen und Wasserleitungen. Die mathematischen Beweise blieben bis dahin jedoch aus. Die mathematische Beschreibung der Strömungslehre begann mit dem Leonardo da VINCI (1452-1519). Dieser leitete die Gleichung der Erhaltung der Masse für den eindimensionalen Fall. Seine Notizen enthalten genaue Beschreibung der Wellen und Wirbelbildung.

Der erste Windkanal wurde von einem Franzosen Edme MARIOTTE (1620-1684) gebaut, in dem auch erste Modelle getestet wurden. Im Jahre 1687 postulierte Isaak NEWTON (1642-1727) die Gesetze über die Bewegung und die Zähigkeit von Flüssigkeiten. Die ersten Lösungen lieferten Daniel BERNOULLI (1700-1782) und Leonhard EULER (1707-1783) im 18. Jahrhundert. Diese gelten hauptsächlich für den Grenzfall, dass es sich um „ideale Fluide“ mit verschiedener Zähigkeit handelt. Die Ergebnisse waren jedoch nichtzufrieden stellend, da in der Natur es keine ideale Fluide gibt und die meisten technischen Strömungen von der Auswirkung der Zähigkeit dominiert werden. Deshalb entwickelten die Ingenieure die Wissenschaft der Hydraulik, die sich ausschließlich auf Experimentieren basierte.

Am Ende des neunzehnten Jahrhunderts wurde die Theorie und die Hydraulik zu einem neuen Teilgebiet der Physik, der Hydrodynamik, zusammengefasst. Die klassische Hydrodynamik befasst sich vorwiegend mit der Bewegung „tropfbarer“ Fluids; das sind solche mit zu vernachlässigender Kompressibilität oder gleichwertig bei nicht zu großer Strömungsgeschwindigkeit. Ihre Gesetze sind

auch im Zeitalter hochentwickelter Strömungsmaschinen und schnellfliegender Flugzeuge eine Basis, von der aus wichtige Eigenschaften der Strömung vorausberechnet und studiert werden können.

Es hat natürlich an Bemühungen nicht gefehlt, den Einfluss der Zähigkeit auf die Strömungsbewegung theoretisch zu erfassen. Der Brückenbauer Claude Marie Louis Henri NAVIER (1785-1836) hat Ende des 18. Jahrhunderts den empirischen Zugang zu Strömungsproblemen gefunden und Sir George Gabriel STOKES (1819-1903) hat diesen empirischen Grundlagen, die Bedingung für das Gleichgewicht der Kräfte (Zähigkeitskräfte, Trägheitskräfte, Druckkräfte, Massenkräfte), später in eine mathematische Form gebracht und den Termen eine physikalische Bedeutung zugeordnet. Das Ergebnis war ein System partieller, nichtlinearer Differenzialgleichungen zweiter oder höherer Ordnung. Außerordentliche mathematische Schwierigkeiten haben jedoch ein halbes Jahrhundert lang die Nutzanwendung dieser Gleichungen verhindert.

Im Jahr 1904 veröffentlichte Ludwig PRANDTL (1875-1953) einen Vorschlag zur Vereinfachung der Navier-Stokes Gleichung. Prandtl zeigte, dass die Strömungen mit kleiner Zähigkeit, genauer gesagt: bei großen Reynolds-Zahlen, Osborne REYNOLDS (1842-1912), nur in einer verhältnismäßig dünnen Grenzschicht in der Nähe fester Wände merkbar auswirkt. In dieser Grenzschicht steigt die Geschwindigkeit der Außenströmung wegen der Haftbedingung vom Wert Null an der Wand praktisch auf den vollen Wert der ungeströmten Geschwindigkeit an. Aus der geringen Dicken dieser Grenzschicht folgt dann, dass einige mathematisch besonders unangenehme Glieder der Navier-Stokes Gleichung vernachlässigbar klein sind. Damit entsteht aus dieser Gleichung die Prandtlsche Grenzschichtgleichung. Sie unterscheidet sich von der Eulerschen Bewegungsgleichung für ideale Flüssigkeiten nur durch ein einziges Glied, das den Zähigkeitseinfluss enthält.

3.2 Die Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung basiert auf dem Prinzip der Massenerhaltung, d.h. die Masse des durch ein Rohr strömenden Volumens bleibt konstant, also

$$m = \text{const.}$$

Daraus folgt, dass die Ableitung überall Null ist:

$$\frac{dm}{dt} = 0$$

Die Masse kann wie folgt

$$dm = \rho dV = \rho A dx \quad (3.1)$$

ersetzt werden. Die Geschwindigkeit des strömenden Volumens wird erhalten, wenn die Gleichung (3.1) durch dt dividiert wird, also

$$\frac{dm}{dt} = \rho A \frac{dx}{dt} = \rho A v$$

Die Strömungsgeschwindigkeit ist aber nicht im gesamten Rohrquerschnitt konstant. Am Rand ist sie gleich Null, in der Mitte maximal. Daher muss über die Fläche integriert werden:

$$\frac{dm}{dt} = - \int_A \rho v dA$$

das negative Vorzeichen resultiert aus den unterschiedlichen Richtungen der Normalvektoren auf den Oberflächen des Kontrollvolumens. Mit dem Satz von Gauß kann das Oberflächenintegral in ein Volumenintegral umgeformt werden. Es gilt:

$$\int_A \rho v dA = \int_V \nabla(\rho v) dV$$

dies ist vom Vorteil, da das Volumenintegral leichter ausgewertet werden kann als das Flächenintegral. Es folgt also:

$$\frac{dm}{dt} = - \int_V \nabla(\rho v) dV \quad (3.2)$$

Mit:

$$\nabla(\rho v) = \nabla \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \end{pmatrix} = \frac{d(\rho v_x)}{dx} + \frac{d(\rho v_y)}{dy} + \frac{d(\rho v_z)}{dz}$$

folgt:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV = \int_V \frac{d}{dt} \rho dV \quad (3.3)$$

Da die gesamte Masse erhalten bleibt, sind die Gleichungen (3.2) und (3.3) gleich, also:

$$\int_V \frac{d\rho}{dt} dV = - \int_V \nabla(\rho v) dV$$

Die Kontinuitätsgleichung folgt direkt aus dem Massenerhaltungssatz, und es gilt:

$$-\nabla(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Die Kontinuitätsgleichung beinhaltet die Erhaltung der Masse und stellt so die kinematische Grundbedingung dar. D.h., die zeitliche Änderung der Masse in einem beliebigen Volumen ist gleich der Differenz der pro Zeiteinheit durch dessen Oberfläche ein- und ausfließenden Masse. Es muss also in das Volumen genauso viel Masse pro Zeiteinheit ein- wie ausfließen.⁴

3.3 Die Navier-Stokes Gleichung

Mit Hilfe der Navier-Stokes Gleichung werden allgemein die Strömungsfelder beschrieben, bei denen die Reibungseffekte von großer Bedeutung sind.

Für die Herleitung der Navier-Stokes Gleichung wird die allgemeine Form der Bewegungsgleichung herangezogen. Diese lautet:

$$ma = \sum F_m = F_{m,ges} \quad (3.4)$$

wobei **m** = Masse, **a** = Beschleunigung und $\sum F_m$ = die Summe aller auf die Masse wirkende Kräfte sind. Wirkt auf die Masse der Flüssigkeit oder des Gases in einem vorgegebenen Volumenelement ΔV , die Kraft ΔF , so ist die Volumenkraft definiert als:

$$F_v = \lim_{\Delta V \rightarrow \infty} \frac{\Delta F}{\Delta V} \quad (3.5)$$

Aus (3.4) und (3.5) folgt also:

$$\begin{aligned} F_m &= ma \\ \Leftrightarrow \frac{F_m}{V} &= \frac{m}{V} a \\ \Rightarrow F_v &= \rho a \end{aligned}$$

wobei **p** = Massendichte, **a** = Beschleunigung und **F_v** = Volumenkraft sind. Die Beschleunigung **a** ist die totale Änderung der Geschwindigkeit:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Die substantielle Ableitung:

⁴ vgl. SPURK 1987, 36-38

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{dy}{dt} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla\end{aligned}$$

liefert komponentenweise:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) v$$

d.h. die totale Änderung der Geschwindigkeit setzt sich aus der lokalen zeitlichen Geschwindigkeitsänderung an einem festen Ort und der räumlichen Geschwindigkeitsänderung zusammen. Es gilt:

$$(\mathbf{v} \nabla) v = \frac{1}{2} \nabla v^2 - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$$

Es folgt also:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) v = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla v^2 - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$$

Die gesamte Änderung der Geschwindigkeit setzt sich also aus drei Komponenten zusammen:

- die lokale zeitliche Änderung und
- zwei Komponenten der räumlichen Änderung (Betragsänderung $\frac{1}{2} \nabla v^2$ und Richtungsänderung $\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v})$)

Ein Beispiel: Mündungsbereich zweier Flüsse



Abb. 3⁵: Mündungsbereich von Werra und Fulda

Die Werra mündet in die Fulda. Der Einmündungsbereich der Werra in

⁵ selbst gemachtes Bild

die Fulda ist eine Stelle anderer Strömungsrichtung (evtl. anderer Strömungs- geschwindigkeit $\partial v/\partial t$ kann aber gleich bleiben). Da hier zwei Strömungen verschiedener Richtung zusammentreffen, kommt es zur Richtungs- und Betragsänderung der Strömung, woraus eine Beschleunigung des Volumenelements (Bremsung oder Anstieg der Strömungsgeschwindigkeit der Werra) im Einmündungsbereich beider Gewässer resultiert.

Falls sich die Dichte entlang der Teilchenbahnen nicht ändert, so heißt die Strömung inkompressibel. Für inkompressible stationäre Strömung gilt:

$$\nabla v = 0$$

Besitzen die äußeren Kräfte ein Potential, wenn z.B. als eine einzig wirkende äußere Kraft die Gravitationskraft wirkt, so kann diese angegeben als:

$$F_{\text{Grav.}} = -\nabla\Phi$$

mit $\Phi = \rho g$. Somit folgt für die Navier-Stokes Gleichung:

$$\rho a = \rho \frac{dv}{dt} = \rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p + \eta \Delta v - \rho \nabla \Phi$$

wobei mit $\nu = \eta / \rho$, die kinematische Zähigkeit, abgekürzt wird.

Die linke Seite in der Navier-Stokes Gleichung entspricht der Trägheitskraft, d.h. dem Produkt aus der Massendichte und Beschleunigung des Elements (ρa). Die rechte Seite entspricht der auf das Volumenelement wirkende Gesamtkraft F_v . Diese setzt sich wiederum aus der Summe von der Druckkraft $-\nabla p$ (Differenz der Druckkräfte am Volumenelement), der resultierenden Scherreibungskraft $\eta \Delta v$ (Differenz der Reibungskräfte am Volumenelement, welche auch Ursache für die Wirbelbildung ist) und der wirkenden Gravitationskraft zusammen⁶.

Nun um die Navier-Stokes Gleichung eines vorliegenden Problems lösen zu können, sollen die entsprechenden Randbedingungen berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Randbedingungen soll eine normierte Form der Strömungsgleichung erreicht werden, die von der aktuellen Geometrie unabhängig ist. Dabei stellen sich zwei Fragen⁷:

1. Wann ist bei geometrisch ähnlichen Randbedingungen, z.B. an einem Flugzeug und an einem Modell im Windkanal, auch die Strömung mechanisch ähnlich?
2. Gibt es einen experimentell zugänglichen Parameter, der aussagt, unter welchen Bedingungen mit einer laminaren oder turbulenten Strömung zu rechnen ist?

⁶ vgl. SPURK 1987, 96-101

⁷ vgl. WIEGHARDT 1974, 44

Für realitätsnahe Modellversuche, z.B. im Windkanal, muss bei den geometrisch ähnlichen Körper das Verhältnis von Trägheits- zu Reibungskräften identisch sein. Dieses Verhältnis, von Trägheits- zu Reibungskräften, wird als Reynolds-Zahl bezeichnet. Diese ist gegeben als:

$$\frac{F_{träge}}{F_{Reib}} = \frac{\rho v L}{\eta} = Re$$

oder

$$Re = \frac{vL}{\nu}$$

Mit anderen Worten ist diese dimensionslose Geometriegröße das Produkt aus der Strömungsgeschwindigkeit und senkrechten Körperabmessung zur Strömungsrichtung gebrochen durch die kinematische Zähigkeit⁸.

Anhand von der Reynolds-Zahl lässt sich erkennen, ob eine turbulente oder eine laminare Strömung vorliegt. Unterhalb der kritischen Reynolds-Zahl, bei der sich beide Kräfte ausgleichen, herrscht eine laminare Strömung, da die Reibungskraft größer als die Trägheitskraft ist. Oberhalb der kritischen Reynolds-Zahl herrscht eine turbulente Strömung.

Will man also ein verkleinertes Modell, z.B. eines Flugzeuges, in einem Windkanal untersuchen, so muss der Wert der Reynolds-Zahl von Original und Modell gleich sein, um ein ähnliches Strömungsfeld zu erhalten. Entsprechend muss bei einem um einen Faktor x verkleinertes Modell das Verhältnis der Geschwindigkeit zu Viskosität um den Faktor x erhöht werden.

3.4 Die Eulersche Bewegungsgleichung

Wird ein „reibungsfreie“ Fluid betrachtet, d.h. ($\eta \rightarrow 0$), so vereinfacht sich die Navier-Stokes-Gleichung zu:

$$\rho a = \rho \frac{dv}{dt} = \rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p - \rho \nabla \Phi$$

Dies ist ein Spezialfall der Navier-Stokes Gleichung und wird als Eulersche Bewegungsgleichung bezeichnet. Bei dieser entfällt, im Unterschied zur Navier-Stokes Gleichung, die räumliche Änderung der Geschwindigkeitsänderung ($\eta \Delta v$), d.h. es gibt keine Wirbelbildung. Die Eulersche Bewegungsgleichung gilt jedoch nur außerhalb der Grenzschicht.

⁸ vgl. SPURK 1987, 96

3.5 Die Bernoulli Gleichung

Daniel BERNOULLI entdeckte die Beziehung zwischen der Fließgeschwindigkeit eines Fluids und dessen Druck. Er fand heraus, dass in einem strömenden Fluid (Gas oder Flüssigkeit) ein Geschwindigkeitsanstieg von einem Druckabfall begleitet wird. Die Bernoulli-Gleichung lautet:

$$\rho \frac{v^2}{2} + p + \rho gh = \text{const}$$

Für die Herleitung der Bernoulli-Gleichung wird davon ausgegangen, dass sich um ideale, inkompressible Flüssigkeit. Des Weiteren basiert die Bernoulli-Gleichung auf dem Prinzip der Energieerhaltung, d.h. die Gesamtenergie eines Teilchens auf seinem Weg in einer Stromröhre bleibt konstant.

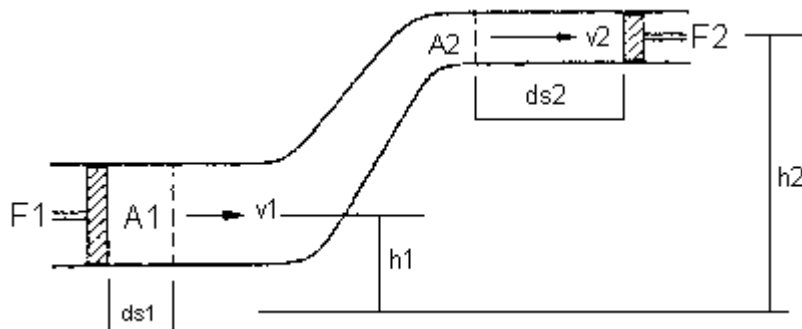


Abb. (4)⁹ : Skizze zur Herleitung der Bernoulli-Gleichung

Da es sich um „ideale“ Flüssigkeit handelt, so gilt mit $dm = \rho dV$:

$$dV_1 = dV_2 = \frac{dm}{\rho}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung ist bereits bekannt, dass

$$A_1 ds_1 = A_2 ds_2$$

Um das Volumen ändern zu können, muss eine gewisse Verschiebungsarbeit aufgebracht werden. Diese ist gegeben durch:

⁹ <http://web.physik.rwth-aachen.de/fluegge/Vorlesung/Physlpub/Exscript/9Kapitel/Image119.gif>

$$\begin{aligned}
dW_1 &= F_1 ds_1 \\
F &= pA \\
\Leftrightarrow dW_1 &= p_1 A_1 ds_1 \\
dV &= A ds \\
\Leftrightarrow dW_1 &= p_1 dV
\end{aligned}$$

Analog gilt:

$$dW_2 = p_2 dV$$

Da sich die Geschwindigkeit und die Höhe ändert, so muss, aufgrund des Energieerhaltungssatzes, von der geleisteten Arbeit dW_1 zusätzlich zu dW_2 noch die kinetische Energie dW_{kin} und die potentielle Energie dW_{pot} aufgebracht werden. Es folgt (wegen des Energieerhaltungssatzes):

$$dW_1 = dW_2 + dW_{kin} + dW_{pot} \quad (3.6)$$

Für kinetische Energie gilt:

$$\begin{aligned}
dW_{kin} &= \frac{dm}{2} (v_2^2 - v_1^2) \\
dm &= \rho dV \\
\Leftrightarrow dW_{kin} &= \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2)
\end{aligned}$$

Für potentielle Energie gilt:

$$\begin{aligned}
dW_{pot} &= dm g (h_2 - h_1) \\
dm &= \rho dV \\
\Leftrightarrow dW_{pot} &= \rho dV g (h_2 - h_1)
\end{aligned}$$

Eingesetzt in Gleichung (3.6) folgt:

$$\begin{aligned}
p_1 dV &= p_2 dV + \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2) + \rho g dV (h_2 - h_1) \\
\Rightarrow p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 &= p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \\
\Rightarrow p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 &= const.
\end{aligned}$$

Weiterhin besagt die Bernoulli Gleichung auch, dass der Gesamtdruck, welcher sich aus dem dynamischen und statischen Druck zusammensetzt, konstant ist:

$$p_{dyn} + p_{stat} = p_{ges} = const \quad (3.6)$$

wobei, da die Energie auf den Druck bezogen wird, $p_{dyn} = \rho v^2 / 2$ und $p_{stat} = p + \rho g h$.

Die Bernoulli Gleichung liefert also den Zusammenhang zwischen Druck- und Geschwindigkeitsänderung. D.h. an den Stellen wo der Druck am größten ist, ist die Strömungsgeschwindigkeit am kleinsten und umgekehrt. Die Veranschaulichung ist in Abbildung (5) zu sehen.

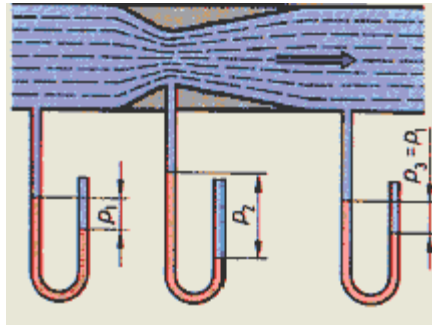


Abb. (5)¹⁰: Venturirohr. In dieser Abbildung soll anschaulich werden, dass bei der Verengung der Querschnittsfläche A die Geschwindigkeit mit $v \sim 1/A$ zunimmt. Dies ist an den Röhrchen zu erkennen. Da je größer die Geschwindigkeit, desto geringer ist der Druck und desto höher steigt die Flüssigkeit aufgrund des Unterdruckes im Röhrchen auf.

Wenn die Geschwindigkeit an bestimmten Stellen auf der Oberfläche eines ungeströmten Körpers im Strömungsfeld verschwindet, so ist der Druck in einer stationären Strömung am größten. Mit anderen Worten, staut sich irgendwo das Fluid ($v=0$), so folgt aus der Gleichung (3.6):

$$p_{ges} - p_{stat} = p_{dyn} = \rho \frac{v^2}{2}$$

Der dynamische Druck wird auch als Staudruck genannt. Solche Punkte, in denen der statische Druck maximal ist und in denen Strömungsgeschwindigkeit verschwindet, werden Staupunkte genannt¹¹.

¹⁰ <http://www.pepe-tuning.de/vergaser/Venturirohr.gif>

¹¹ vgl. SPURK 1987, 108-110

Beispiel: „Umgeklappter“ Regenschirm



Abb. (6)¹² : Umgeklappter Regenschirm

Wer kennt die Situation nicht: man ist bei einem starken Sturm mit einem Regenschirm unterwegs, und dann passiert es; der Regenschirm klappt nach oben um, siehe Abbildung (6). Doch warum klappt der Regenschirm nach oben um? Der Antwort liegt in der Bernoulli-Gleichung. Auf der gewölbten Oberseite des Regenschirms wird der Strömungsquerschnitt geringer. Nach der Kontinuitätsgleichung ist also die Luftgeschwindigkeit auf der Oberseite größer als vor oder hinter dem Schirm. D.h. auf der Oberseite des Regenschirms herrscht ein höherer dynamischer Druck. Da jedoch der Gesamtdruck konstant sein muss, so wird der statische Druck niedriger. Erreicht der dynamische Druck sein Maximum, so übt er keine Kraft mehr auf die Schirmfläche aus. Somit ist der unter dem Regenschirm herrschende Normaldruck größer als der statische Druck. Deswegen wird der Regenschirm nach oben gedrückt.

Die Bernoulli Gleichung findet vor allem dort Anwendung, wo es darum geht, die Stromverhältnisse einfach und anschaulich zu beschreiben, wie z.B. beim Fliegen. Die Ursache des Fliegens kann jedoch mit der Bernoulli Gleichung nicht beschrieben werden, denn hierfür ist der Reibungsterm $\eta \Delta v$ entscheidend, welcher in der Bernoulli Gleichung vollkommen fehlt.

Um die komplizierte Strömung, z.B. um einen Tragflügel, mathematisch beschreiben zu können, wird eine Zweiteilung der Strömung gemacht. Und zwar einerseits in den Bereich in unmittelbarer Umgebung des Hindernisses (d.h. die Reibung ist in dieser dünnen Schicht eine zentrale und wichtige Größe, hier gilt die Navier-Stokes Gleichung) und andererseits in den Großteil der stationären Strömung außerhalb der Grenzschicht, die in vielen Fällen durch die wesentlich einfachere Bernoulli Gleichung beschrieben werden kann.

¹² <http://www.merkur-online.de/bilder/2009/02/10/73488/245735737-festhalten-eine-strumboee-blaest-dieser-frau-fast-regenschirm-davon.jpg>

4. Aerodynamische Grundlagen

„Aerodynamik, Teilgebiet der Strömungsmechanik, dass sich mit der Bewegung von Luft, im weiteren Sinne auch von Gasen und Flüssigkeiten befasst, wobei nur hinreichend langsame Strömungsgeschwindigkeiten betrachtet werden, bei denen die Gesetze und Methoden der Hydrodynamik anwendbar sind. Unter Berücksichtigung der Zustandgrößen des strömenden Gases wird insbesondere die Umströmung von Körpern in Abhängigkeit von deren Größe, Form und Oberflächenbeschaffenheit untersucht, wobei in erster Näherung Reibung und Zähigkeit der Gase vernachlässigt werden können.“¹³

Bei der Untersuchung der Strömung wird zwischen zwei Strömungsarten unterschieden. Diese sind:

1. stationäre:
Die Geschwindigkeit und die Richtung an einem festen Punkt bleiben gleich.
2. nichtstationäre:
Die Geschwindigkeit und die Richtung ändern sich an einem festen Punkt.

In der Aerodynamik ist es vom Vorteil mit Verhältnissen der dimensionslosen Größen zu rechnen. Deshalb werden die Geschwindigkeiten auf die Fluggeschwindigkeit, Drucke auf den Luftdruck und Längen meist auf die Profiltiefe oder die Körperabmessungen quer zur Anströmung bezogen. Anstatt Luftkräften werden Luftkraftbeiwerte, Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte, verwendet.

Um die Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte bestimmen zu können, müssen die Fläche des Strömungskörpers, Geschwindigkeit und Luftdichte bekannt sein. Zudem werden die Auftriebs- und Widerstandskraft experimentell gemessen. Sind nun alle diese Größen bekannt, so können nun die Beiwerte mit:

$$c_A = \frac{F_A}{p_{dyn} A}$$
$$c_W = \frac{F_W}{p_{dyn} A}$$

berechnet werden.

Mit diesen Beiwerten ist es nun möglich die Strömungsverhältnisse zu beschreiben. Aus diesen Formeln ergibt sich auch, dass Auftrieb und Widerstand ihren Beiwerten proportional sind, d.h. großer Auftrieb entspricht großem Auftriebsbeiwert¹⁴.

¹³ Lexikon der Physik.

<http://www.wissenschaft-online.de/abo/lexikon/physik/245>

¹⁴ vgl. MESCHEDE 2002, 123-124

4.1 Tragflügel und sein Profil

Der Tragflügel dient zur Erzeugung des Auftriebes. Der Auftrieb entsteht durch des Tragflügels deren Oberseite meist konvex gewölbt ist. Als Profil wird der Querschnitt eines Flügels bezeichnet. Ein Flügel mit aerodynamisch günstigem Profil liefert viel Auftrieb und wenig Widerstand. Das Profil eines Tragflügels ist in Abbildung (4) zu sehen.

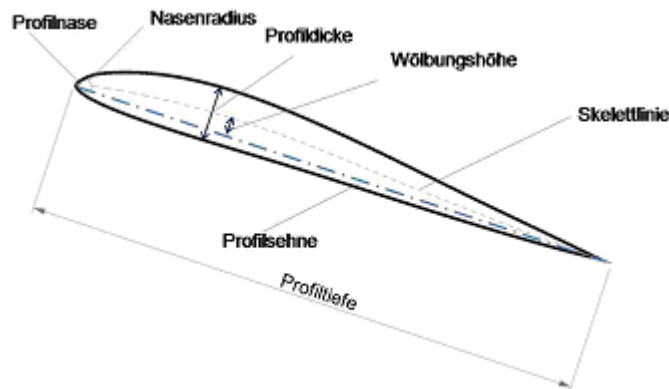


Abb. (7)¹⁵: Profil mit eingezeichneten Geometrieparametern

Das Profil eines Flügels hat bedeutenden Einfluss auf seine Wirksamkeit und aerodynamischen Eigenschaften.

Für die Veränderung der Auftriebsverteilung am Tragflügel ist seine Schränkung verantwortlich. Es wird zwischen folgenden Arten der Flügelschränkung unterschieden¹⁶:

- Die geometrische Schränkung:
Beim Aufbau der Tragfläche wird die äußere Profilrippe (Endrippe) im Verhältnis zur inneren Profilrippe (Wurzelrippe) mit der Nasenleiste nach unten gedreht. In Abbildung (8) ist die geometrische Schränkung einer Tragfläche zu sehen.

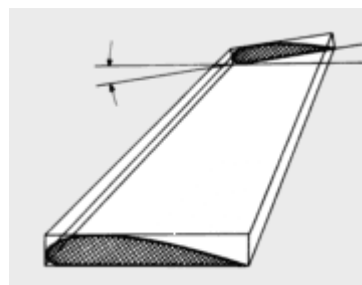


Abb. (8)¹⁷: Die geometrische Schränkung der Tragfläche

¹⁵ <http://www.nva-flieger.de/images/aef/grafikneu/grund/profilwinkel1.gif>

¹⁶ http://www.luftpiraten.de/glos_s00.html

¹⁷ www.luftpiraten.de/px/lexikon/schraenkung1.gif

Die aerodynamische Schränkung:

Wurzelrippe und Endrippe unterscheiden sich nicht nur durch eine Winkeldifferenz der Profilsehnen, sondern auch durch die Wahl einer anderen Profilform. Dabei weist die Endrippe eine Profilform auf, die einen höheren Anstellwinkel zulässt. Abbildung (9) ist die aerodynamische Schränkung einer Tragfläche zu sehen.

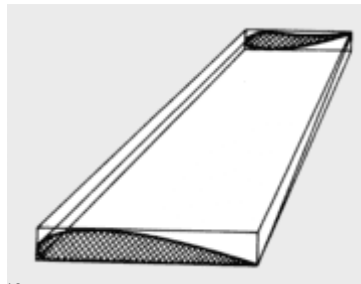


Abb. (9)¹⁸: Die aerodynamische Schränkung einer Tragfläche

4.2 Aerodynamische Kräfte

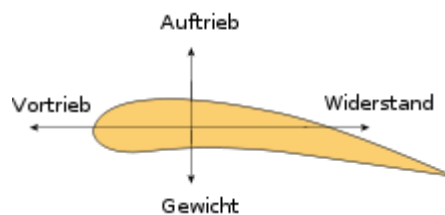


Abb. (10)¹⁹: Die grundlegende Kräfte an einem Flügelprofil

Die am Flügelprofil wirkenden Kräfte sind in Abbildung 5 zu sehen. Nun werden im Folgenden diese Kräfte kurz erläutert.

1. Die Gewichtskraft:

Die Gewichtskraft ($F_G = mg$) wirkt dem Auftrieb entgegen. Da die Gewichtskraft von der Masse abhängig ist, so wird versucht für den Bau, eines Tragflügels bzw. Flugzeugs, möglichst leichte aber zugleich stabile Materialien einzusetzen.

2. Der Auftrieb:

Der Auftrieb ist die wichtigste Kraft beim Fliegen. Um den Auftrieb zu erreichen werden die Tragflügel mit einem asymmetrischen Profil gebaut. Somit wird erreicht, dass die Luft oberhalb der Tragfläche einen längeren Weg zurücklegt als unten (siehe Abbildung (11)).

¹⁸ www.luftpiraten.de/px/lexikon/schraenkung2.gif

¹⁹ http://de.academic.ru/pictures/dewiki/50/220px-Profil_kraefte_svg.png

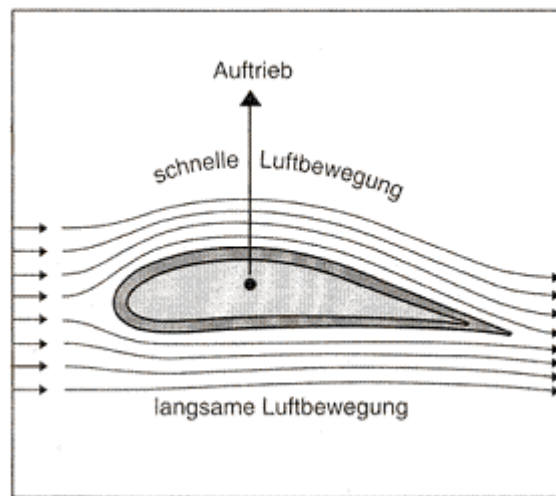


Abb. (11)²⁰: Der Weg des Lufts

Dadurch ist die Geschwindigkeit des Lufts oben größer als unten. Somit ist (laut Bernoulli) der Druck oberhalb der Fläche geringer (Unterdruck) als unterhalb der Fläche (Oberdruck). Deswegen wird, z.B. das Flugzeug, nach oben gedrückt.

Die Formel für den Auftrieb lautet:

$$F_A = c_A \frac{\rho}{2} v^2 A \quad (4.1)$$

wobei F_A =Auftrieb, c_A =Auftriebsbeiwert, ρ =Luftdichte, v =Geschwindigkeit und A =Fläche sind.

Der Auftriebsbeiwert c_A ist für jeden Tragflügel einzigartig. Dieser wird im Windkanal anhand von Modellen bestimmt. Dieser hängt von vier Faktoren ab. Diese sind:

- i. Wölbung
Je größer die Wölbung, desto größer ist der Auftrieb
- ii. Anstellwinkel
Je größer der Anstellwinkel, desto größer ist der Auftrieb (gilt nur bis zu einem gewissen Grad von ca. 15°)
- iii. Viskosität
- iv. Kompressibilität

Wie in der Gleichung (4.1) erkennbar ist, hängt der Auftrieb von der Dichte ab. Diese hängt wiederum vom Druck, Temperatur und Luftfeuchte ab.

3. Der Luftwiderstand:

Der Luftwiderstand ist die Gegenkraft zum Vortrieb. Der Luftwiderstand setzt sich hauptsächlich aus zwei Widerstandsarten zusammen, die von der Form und der Geschwindigkeit beeinflusst werden. Diese sind:

- (1) Schädliche Widerstand:

²⁰ <http://www.daswissenblog.de/wp-content/uploads/2008/02/auftrieb.gif>

Der schädliche Widerstand setzt sich wiederum aus drei Widerständen zusammen:

- i. Der Formwiderstand:
Dieser entsteht beim Auftreffen der Luftmoleküle auf das Tragflügel
- ii. Der Reibungswiderstand:
Dieser entsteht, weil die Luftmoleküle an der Oberfläche der Tragflügel bzw. des Flugzeugs durch die Reibung gebremst werden
- iii. Der Interferenzwiderstand:
Dieser kommt durch die Verwirbelung des Lufts zwischen verschiedenen Bauteilen zustande

(2) Der induzierter Widerstand:

Der induzierter Widerstand kommt durch den Druckunterschied zwischen Flügelober- und Flügelunterseite zustande. Am Ende der Flügel stoßen die Gebiete unterschiedlichen Druckes zusammen. Es entsteht eine Ausgleichsströmung von unten (hoher Luftdruck) nach oben (niedriger Luftdruck). Dadurch entstehen die Randwirbel die ständig Energie benötigen.

4. Der Vortrieb:

Der Vortrieb ist die vorwärts wirkende Kraft. Durch den Vortrieb wird der Luftwiderstandes überwunden und das Objekt beschleunigt. Die Geschwindigkeit hängt von der Stärke des Vortriebs ab.

4.3 Demonstrationsexperimente

Anhand von drei Experimenten wird die Physik des Fliegens anschaulich erläutert.

Ausgewählt wurde:

1. Der Flettnerrotor
2. Die angeströmte Platte
3. Der Tragflügelmodell

4.3.1 Experiment 1: Der Flettnerrotor

Mit dem ersten Experiment werden die Aussagen der Bernoulli-Gleichung, vgl. Kapitel (3.5), veranschaulicht.

Experimentaufbau:

In Abbildung (12) ist die Versuchsanordnung zu sehen.

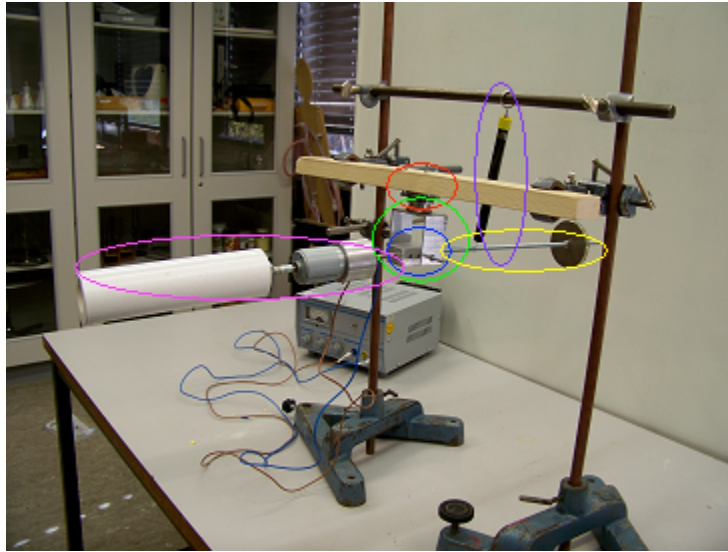


Abb. (12): Die verwendete Versuchsanordnung zur Veranschaulichung der Bernoulli-Gleichung

An einem Holzbalken wird ein freibeweglicher (in x -Richtung) Zylinder befestigt (rote Ellipse). Mit diesem wird im Versuch (4.3.2) und (4.3.3) die Widerstandskraft gemessen. An diesen Zylinder wurde ein U-förmiges Metallstück angebracht (grüne Ellipse). In diesem Metallstück wurde ein freibeweglicher (in y -Richtung) rechteckiges Aluminiumstück befestigt (blaue Ellipse). In das Aluminiumstück wurde hinten die Gewindestange mit Gewicht (gelbe Ellipse) und vorne ein rotierender Zylinder (rosa Ellipse) rein geschraubt. Dieser Holzbalken wurde nun an die Stangen befestigt und so ausgerichtet, dass die Rotationsachse des Zylinders horizontal ist. An die Gewindestange wurde senkrecht zu der Rotationsachse des Zylinders ein Federkraftmesser angebracht (violette Ellipse), um die Auftriebskraft messen zu können. Mit Hilfe eines Motors kann der Zylinder in Rotation versetzt werden. Als Strömungserzeuger diente der Laubbläser von „RYOBI“, siehe Abbildung (13).



Abb. (13): Laubbläser von „RYOBI“

Das Anbringen eines Plastikrohres an den Laubbläser hatte zwei Gründe:

1. Zur Erzeugung der laminaren Strömung und
2. Zur Verminderung der Geschwindigkeit des Lufts

Messungen:

Die Messwerte in der Tabelle zeigen für verschiedene Geschwindigkeiten des Zylinders die Veränderung der Auftriebskraft.

U / [V]	Umdrehungen/min	f/[hz]	v / [m/s]	F _A / [N]
0	0	0	0	0
1	206,00±0,10	3,4±1,6*10 ⁻³	0,51±0,02	0,02±0,01
2	690,00±0,34	11,5±5,6*10 ⁻³	1,73±0,07	0,08±0,01
3	1157,00±0,58	19,3±9,6*10 ⁻³	2,91±0,12	0,10±0,01
4	1650,00±0,80	27,5±13,3*10 ⁻³	4,14±0,17	0,30±0,01
5	2005,00±1,01	33,4±16,8*10 ⁻³	5,04±0,21	0,40±0,01
6	2432,00±1,22	40,5±20,3*10 ⁻³	6,11±0,25	0,45±0,01
7	2918,00±1,46	48,6±24,3*10 ⁻³	7,32±0,31	0,50±0,01
8	3480,00±1,74	58,0±29,0*10 ⁻³	8,74±0,36	0,55±0,01
9	3890,00±1,95	64,8±32,5*10 ⁻³	9,77±0,41	0,60±0,01
10	4380,00±2,19	73,0±36,5*10 ⁻³	11,00±0,46	0,65±0,01

Die Umdrehungen des Zylinders wurden mit einem Digital-Laserdrehzahlmesser „PeakTech 2790“ gemessen. Die Genauigkeit von diesem Drehzahlmesser beträgt ±0,05%.

Für die Umrechnung, von den Umdrehungen in die Frequenz **f**, wurden folgende Formeln verwendet:

$$f = \frac{\text{Umdrehungen}}{60s}$$

$$\Delta f = \pm \frac{\Delta \text{Umdrehungen}}{60s}$$

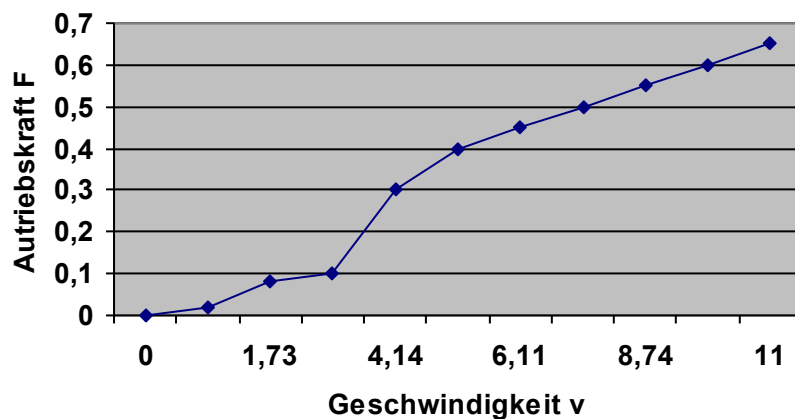
Für die Berechnung der Geschwindigkeit **v** des Zylinders wurden folgende Formeln verwendet:

$$v = \omega r = 2\pi f r$$

$$\Delta v = \pm 2\pi \sqrt{(r\Delta f)^2 + (f\Delta r)^2}$$

Der Fehler für die Geschwindigkeit wurde nach der Gaußsche Fehlerfortpflanzung ausgerechnet.

Auswertung:



Grafik 1: Die Auftriebskraft in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit

Am Anfang wird der Zylinder nicht in die Rotation versetzt und bleibt bei der Anströmung in seiner ursprünglich ausbalancierten Lage. D.h. auf der Federwaage (Federkraftmesser) wird kein Ausschlag beobachtet, siehe Abbildung (14).

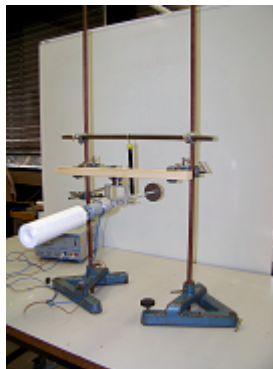


Abb. (14): Der ruhender Zylinder wird von der Seite vom Luft umströmt. Dieser bleibt jedoch in seiner ursprünglich ausbalancierten Lage.

Dies liegt daran, dass ein angeströmter starrer Zylinder nur durch den Windwiderstand der projizierten Fläche eine Kraft in Strömungsrichtung erzeugt. Die Geschwindigkeit ist oben die gleiche wie unten und somit ist auch der Druck oben gleich dem Druck unten, siehe Abbildung (15). Deswegen entsteht kein Auftrieb und die Federwaage zeigt keinen Ausschlag.

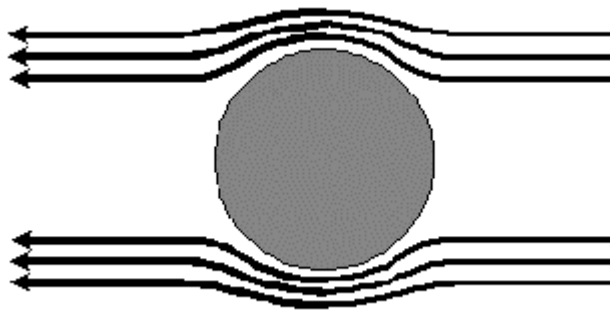


Abb. (15)²¹: Flettnerzylinder ohne Rotation in einer laminaren Strömung

Wird nun der Zylinder in Rotation versetzt, so wird dieser bei der Anströmung angehoben und es wird auf der Federwaage ein Ausschlag beobachtet, siehe Abbildung (16). Dieser Ausschlag auf der Federwaage zeigt die am Zylinder angreifende, nach oben wirkende Kraft an.

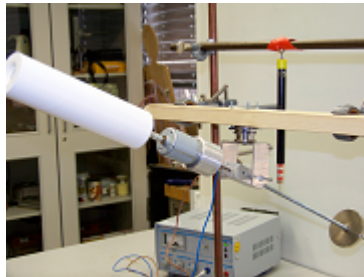


Abb. (16): Der rotierende Zylinder wird angehoben und es kann die Auftriebskraft an dem Federkraftmesser abgelesen werden.

Aufgrund der Reibung werden die Luftschichten direkt am rotierenden Zylinder mitgenommen und ebenso in Rotation versetzt, so dass direkt um den Zylinder die sogenannte Zirkulationsströmung entsteht. Wird dieser rotierende Zylinder zusätzlich durch eine freie laminare Strömung angeströmt, so entsteht, durch den rotierenden Zylinder, bei der Anströmung, aufgrund verschiedener Geschwindigkeiten des Lufts, eine Druckdifferenz zwischen der Ober- und Unterseite des Zylinders. Die verschiedenen Geschwindigkeiten kommen folgendermaßen zu Stande: die Anströmung ist auf der einen Seite parallel zur Zirkulationsströmung, sodass die Geschwindigkeit aufgrund der Beschleunigung durch den rotierenden Zylinder anwächst. Auf der anderen Seite des Zylinders ist die Zirkulationsströmung aufgrund der entgegengesetzten Rotationsrichtung antiparallel zur Anströmung, sodass die Strömung dadurch behindert wird und die Geschwindigkeit gebremst und somit kleiner wird. Es wird also auf der einen Seite der Unterdruck (schnelle Strömung) und auf der anderen Seite der Überdruck (langsame Strömung) erzeugt, siehe Abbildung (17). Dadurch resultiert eine dynamische Querkraft die, je nach dem Drehsinn des Zylinders nach oben oder nach unten gerichtet ist (in diesem Experiment nach oben), deshalb wird der Zylinder nach oben angehoben. Diese dynamische Querkraft wird als dynamischer

²¹http://nibis.ni.schule.de/~frgfrg/Neuepage/Faecher/Mathematik/Links/VersucheWPK/Experimente%20-%20Wenn%20Herr%20Bernoulli%20segeln%20geht_-Dateien/030427_a1.gif

Auftrieb bezeichnet²². Des Weiteren ist es dem Experiment zu entnehmen, dass je größer die Geschwindigkeit des Zylinders ist, desto größer ist die Auftriebskraft.

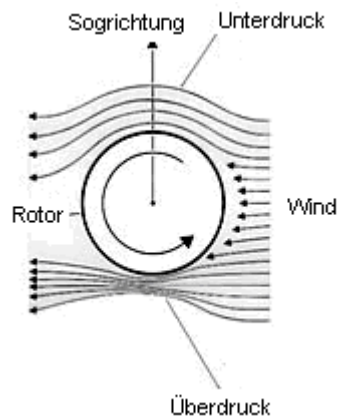


Abb. (17)²³: Die Entstehung der nach oben gerichteten Querkraft

An dieser Stelle sei es noch einmal darauf hingewiesen, dass der dynamische Auftrieb die Zirkulationsströmung als Ursache hat. Das heißt, ohne Zirkulationsströmung ist Fliegen nicht möglich.

Ein Beispiel: Bananenkurve

Im Fußball sind so genannte Bananenkurven, siehe Abbildung (18), sehr gefürchtet, denn es weiß keiner, welche Flugbahn das Ball letztendlich annimmt. Durch ein gezieltes seitliches Anspielen des Balls, dem Anschneiden, kann sich der Ball elegant um die gegnerische Mauer herum bewegen und Kurs aufs Tor nehmen.



Abb. (18)²⁴: Bananenkurve eines Fußballs

Ursache für die gekrümmte Flugbahn und damit auch das unberechenbare Verhalten einer Bananenflanke bzw. einer Bananenkurve ist eine Eigendrehung,

²² vgl. WALKER 1996, 4.37-4.39

²³ http://de.academic.ru/pictures/dewiki/49/180px-Magnus_effect_svg.png

²⁴ http://www.lehrerfreund.de/xinha/plugins/ImageManager/demo_images/tec/bananenkurve_freisto.png

Rotation, des Balls um seine senkrechte Achse. Durch die Drehung um die eigene Achse entsteht ein Druckunterschied, der den Ball zur Seite hin ablenkt und so aus seiner geradlinigen Bahn wirft.

Dieses Phänomen spielt nicht nur bei der Bananenflanke im Fußball eine Rolle, sondern auch im Golf, Tennis oder Tischtennis.

4.3.2 Experiment 2: Die angeströmte Platte

Experimentaufbau:

In Abbildung (19) ist die Versuchsanordnung zu sehen.

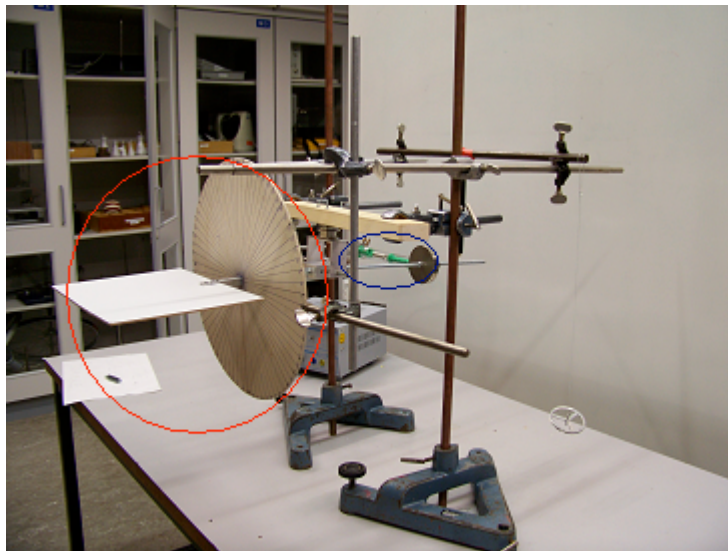


Abb. (19): Die Versuchsanordnung zur schrägen Platte

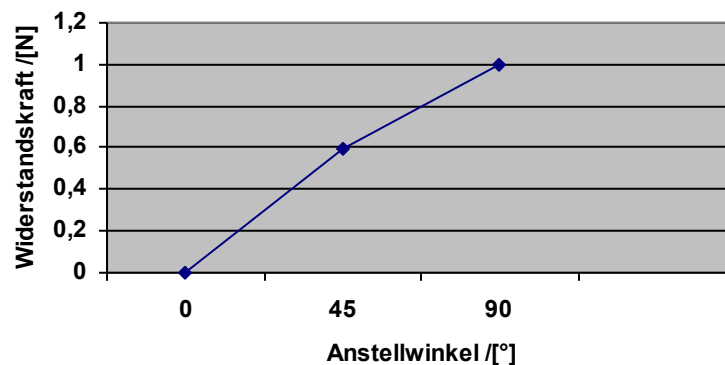
Der Versuchsaufbau ist ähnlich dem aus dem Experiment (4.3.1). Wie hier deutlich zu erkennen ist, wurde anstelle des Zylinders eine Platte verwendet (rote Ellipse), die für verschiedene Winkel eingestellt werden kann. Im Gegensatz zum Versuch (4.3.1) soll hier die Widerstandskraft gemessen werden, deshalb wurde ein Federkraftmesser (blaue Ellipse) parallel zur Anströmung angebracht.

Messung:

Die Messwerte in der Tabelle zeigen für verschiedene Anstellwinkel die Veränderung der Widerstandskraft mit dem Anstellwinkel.

Anstellwinkel / [°]	Widerstandskraft/ [N]
0±1	0,00±0,01
45±1	0,60±0,01
90±1	1,00±0,01

Auswertung:



Grafik 2: Die Widerstandskraft in Abhängigkeit von Anstellwinkel

In dem Experiment, wie auch im Grafen, ist deutlich zu erkennen, dass je größer die Anströmfläche ist, desto größer ist auch die Widerstandskraft. Bei 0° ist die Widerstandskraft am kleinsten und bei 90° ist sie am größten.

Des weiteren wurde im Experiment beobachtet, dass, sofern die Platte beweglich gelagert ist, die parallele oder schräge Platte beginnt sofort sich aufzustellen. Diese Bewegung endet, wenn die Platte sich senkrecht zur Anströmung ausgerichtet hat.

Dies liegt daran, dass die Zirkulationsströmung um die Platte die Strömung an der Oberkante abbremst und an der Unterkante beschleunigt. Dadurch (Bernoulli) ist der Druck an der Oberkante größer als an der Unterkante. Aufgrund dieser Druckdifferenz wird ein Drehmoment wirksam, das die Platte aufstellt. Hat sich die Platte senkrecht zur Anströmung ausgerichtet, dann sind die Geschwindigkeit der Luft an der Oberkante gleich der Geschwindigkeit auf der Unterkante, dadurch sind auch Drücke gleich. Und die Platte bleibt in dieser Position stehen.

Umströmte Platten erfahren keine Querkraft, also keinen dynamischen Auftrieb, es wird aber ein Drehmoment wirksam und somit stellt sich eine angeströmte Platte senkrecht zur Strömung.

Ein Beispiel: Ausgestreckter Arm im fahrenden Auto



Abb. (20): Aus dem Fenster ausgestreckter Arm

Dasselbe Effekt erlebt man, wenn die Hand in einem fahrenden Auto aus dem Autofenster ausgestreckt wird, siehe Abbildung (20). Wird die flache Hand aus dem Autofenster parallel zur Anströmung ausgestreckt, so ist es doch sehr schwierig die Hand ausschließlich in dieser Position zu halten. Denn schon eine kleine Unachtsamkeit in der Handhaltung hat zur Folge, dass die Hand beginnt sich senkrecht zur Anströmung aufzustellen.

4.3.3 Experiment 3: Der Tragflügelmodell

Experimentaufbau:

In Abbildung (21) ist die Versuchsanordnung zu sehen.

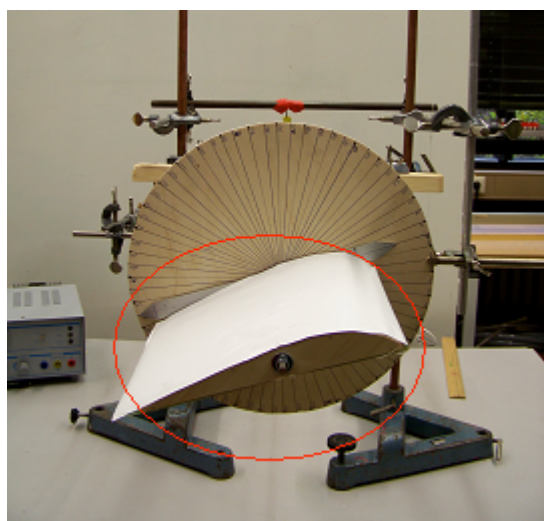


Abb. (21): Die Versuchsanordnung zum Tragflügelmodell

Der Versuchsaufbau ist der gleiche wie in dem Experiment (4.3.2). Wie hier deutlich zu erkennen ist, dass anstelle der Platte, ein Tragflügelmodell verwendet (rote Ellipse) wurde, der für verschiedene Winkel eingestellt werden kann. Im Gegensatz zum Versuch (4.3.2) soll zusätzlich zur Widerstandskraft eine

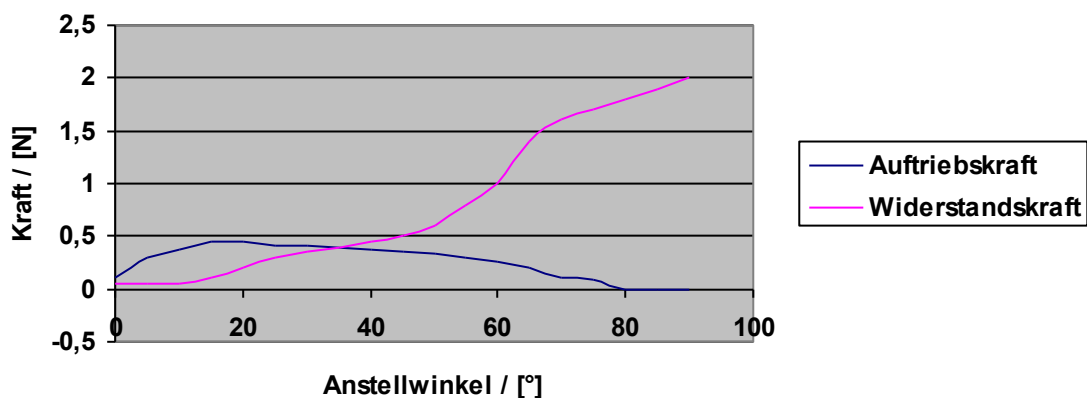
Auftriebskraft gemessen werden. Um die Widerstandskraft zu messen wurde ein Federkraftmesser parallel zur Anströmung und um die Auftriebskraft zu messen wurde der Federkraftmesser senkrecht zur Anströmung angebracht. Die Messungen wurden nacheinander durchgeführt.

Messung:

Die Messwerte in der Tabelle zeigen für verschiedene Anstellwinkel die Veränderung der Widerstands- und der Auftriebskraft mit dem Anstellwinkel.

Anstellwinkel / [°]	Auftriebskraft F_A / [N]	Widerstandskraft F_W / [N]
0±1	0,10±0,01	0,05±0,01
5±1	0,30±0,01	0,05±0,01
10±1	0,38±0,01	0,05±0,01
15±1	0,44±0,01	0,10±0,01
20±1	0,44±0,01	0,20±0,01
25±1	0,42±0,01	0,30±0,01
30±1	0,42±0,01	0,35±0,01
35±1	0,40±0,01	0,40±0,01
40±1	0,38±0,01	0,45±0,01
45±1	0,36±0,01	0,50±0,01
50±1	0,34±0,01	0,60±0,01
55±1	0,30±0,01	0,80±0,01
60±1	0,26±0,01	1,00±0,01
65±1	0,20±0,01	1,40±0,01
70±1	0,10±0,01	1,60±0,01
75±1	0,08±0,01	1,70±0,01
80±1	0	1,80±0,01
85±1	0	1,90±0,01
90±1	0	2,00±0,01

Auswertung:



Grafik 3: Die Veränderung der Auftriebs- und der Widerstandskraft in Abhängigkeit vom Anstellwinkel

In der Grafik (3) sind die Auftriebs- und die Widerstandskraft in Abhängigkeit von dem Anstellwinkel zu sehen. Der deutlicher Anstieg der Widerstandskraft kann mit dem Experiment (4.3.2) erklärt werden. Doch wie kommt es zu der Auftriebskraft?

Mit Hilfe der schon besprochenen Experiment (4.3.1) konnte anschaulich gemacht werden, wie es zum dynamischen Auftrieb kommt. Nämlich durch den Ober- , Unterdruck und die Zirkulationsströmung. Um die Entstehung der Auftriebskraft zu erklären muss die Zirkulationsströmung die Richtung haben, wie in Abbildung (22) gezeigt ist.

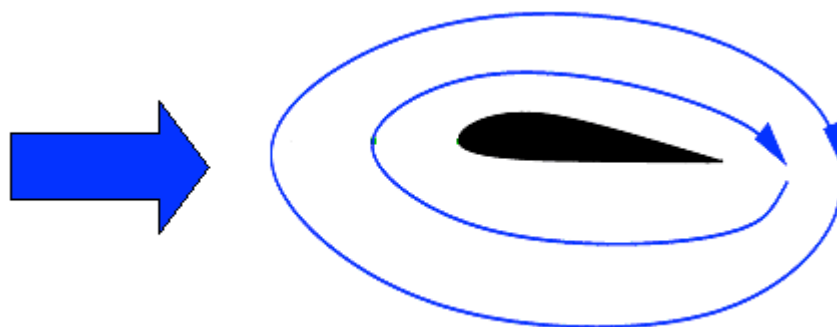


Abb. (22)²⁵: Die Entstehung des Auftriebs

Doch wie entsteht die Zirkulationsströmung um das Tragflügel?

Trifft die Strömung auf das Tragflügel, so teilt sich die Strömung in zwei Strömungsanteile, und zwar in eine oberhalb und eine unterhalb des Tragflügels. Aufgrund der Tragflügelform (asymmetrisches Profil) legt die Strömung oberhalb des Tragflügels eine größere Strecke zurück als unterhalb des Tragflügels. Somit ist die Geschwindigkeit oberhalb des Tragflügels größer als unterhalb. Aufgrund der Zunahme der Geschwindigkeit, kann die Hinterkante nicht mehr vom Luft umströmt werden und dadurch bildet sich ein Wirbel, der sogenannte Anfahrtswirbel, siehe Abbildung (23).

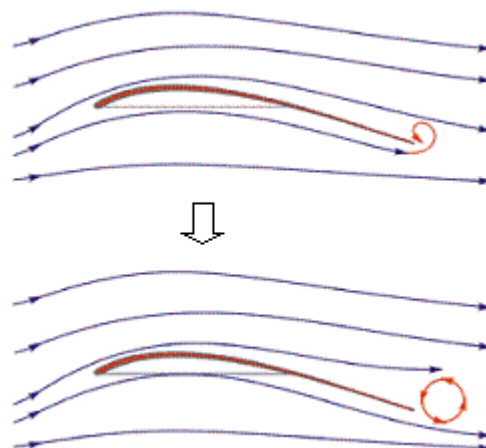


Abb. (23)²⁶: Die Entstehung des Anfahrtswirbels

²⁵ <http://de.academic.ru/pictures/dewiki/102/flzirku.png>

²⁶ <http://www.diekow-segel.de/theorie/pics/64.gif>

Der Wirbel besteht jedoch nie allein, sondern wird immer von einem zweiten in entgegengesetzte Richtung drehenden Wirbel begleitet. Dadurch entsteht als Gegenbewegung die benötigte Zirkulationsströmung um das Tragflügel, siehe Abbildung (24).

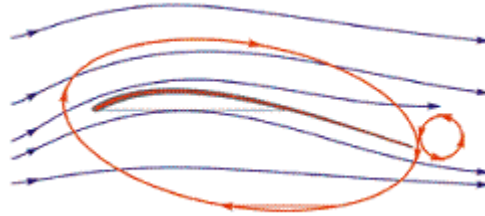


Abb. (24)²⁷ : Entstehung der Zirkulationsströmung

Somit tritt dasselbe Effekt auf, wie beim Experiment (4.3.1) und das Tragflügel erfährt einen dynamischen Auftrieb. Um einen genügend großen Anfahrtswirbel und somit auch die Zirkulationsströmung erreichen zu können, brauchen die Flugzeuge eine lange Startbahn.

Nun zurück zum Experiment. In dem Grafen (3) ist zuerst ein deutiger Anstieg der Auftriebskraft zu sehen. Ab dem Anstellwinkel ca. 20° fällt dieser jedoch schnell auf 0N wieder zurück. Bei der Widerstandskraft ist dies jedoch umgekehrt. Am Anfang ist die Widerstandskraft relativ gering und ab einem Anstellwinkel von ca. 15° steigt diese jedoch ganz schnell an. D.h. wird ein Flugzeug mit dem im Versuch verwendeten Tragflügel gebaut, so erfährt dieser Flugzeug bei einem Anstellwinkel von 15° den maximalen Auftrieb und den minimalen Widerstand. Dieser Anstellwinkel, bei dem der Auftrieb maximal und der Widerstand minimal ist, wird als kritische Anstellwinkel bezeichnet.

Beispiel: Der Start eines Albatrossen



Abb. (25)²⁸ : Der Start eines Albatrossen

Albatrosse sind dafür bekannt, dass sie gute Flieger sind, jedoch große Probleme mit Start haben. Dies liegt daran, dass die Albatrosse erst den Anfahrtswirbel und somit auch die Zirkulationsströmung um ihre Flügel erzeugen müssen, um

²⁷ <http://www.diekow-segel.de/theorie/pics/64.gif>

²⁸ <http://img.fotocommunity.com/photos/12562140.jpg>

abheben zu können. Deshalb brauchen die Albatrosse eine sehr lange Startbahn, ähnlich wie die Flugzeuge.

5. Der Bumerang

In diesem Kapitel werden folgende Fragen:

- Wie kann man ein Bumerang selber Bauen?
- Wie wirft man den Bumerang richtig?
- Wie kann ein Bumerang fliegen?
- Warum kehrt der Bumerang zurück?

beantwortet.

Als Grundlage für dieses Kapitel dienten die Werke von LINDNER, VEIT und SCHLICHTING.



Abb. (26): Selbstgebastelter Bumerang

5.1 Bumerang selber bauen

Für den Bau eines Bumerangs wird ein geeignetes Material benötigt. Am besten eignet sich ein vielschichtiges, finnisches Birken-Sperrholz mit drei bis fünf Schichten, weil dieser besonders robust und nicht so schnell anfällig für Brüche ist. Für den Bau des Bumerangs habe ich ein dreischichtiges finnisches Birken-Sperrholz der Stärke 4mm benutzt.

Als Hilfsmittel werden benötigt:

- eine Bumerangschablone
- eine Laub- oder Stichsäge
- grobes und feines Schleifpapier
- ein Pinsel und verschiedene Farben
- Lack

Nun werden kurz einzelne Arbeitsschritte²⁹ erläutert:

1. Zuerst wird mit Hilfe einer Schablone³⁰ die Grundform des Bumerang eingezeichnet, siehe Abbildung (27).



Abb. (27): Mit Hilfe einer Schablone gezeichnete Grundform eines Bumerangs

2. Mit Hilfe einer Laubsäge kann der Bumerang ausgesägt werden, siehe Abbildung (28).



Abb. (28): Der Bumerang wird mit
wird mit einer Laubsäge
ausgeschnitten

3. Nun wird das spätere Profil vorgezeichnet, siehe Abbildung (29). Dabei ist zu beachten, dass der Bumerang aus gleich profilierten Armen besteht.



Abb. (29): Vorgezeichneter Profil

²⁹ <http://www.bumerang-sport.de/bauanleitung/bauanleitung.htm>

³⁰ <http://www.bumerang-sport.de/bauanleitung/bilder/footlegkleinr.jpg>

4. Zuerst werden die Bumerangarme mit einem groben Schleifpapier angeschrägt. Nun wird mit einem feineren Schleifpapier das genaue Profil herausgearbeitet werden. Das Profil soll wie ein Tragflügel aussehen, siehe Abbildung (30).



Abb. (30): Profiliertes Bumerangarm

5. Jetzt kann es mit Probewürfen losgehen. Fliegt der Bumerang nach einigen Wurfversuchen wunschgemäß, kann er beliebig lackiert werden, wie z.B. in Abbildung (31).



Abb. (31): Ausgemalte Vor- und Rückseite des Bumerangs

5.2 Wie werfe ich ein Bumerang richtig?

Die Flugbahn eines Bumerangs ist charakterisiert durch eine nahezu vertikale Lage beim Abwurf, geht dann in eine kreisförmige Bahnkurve über und gegen Ende der Flugphase legt sich der Bumerang horizontal.

Ein Bumerang ist keinesfalls eine Waffe, sondern ein modernes Sportgerät und gleichzeitig ein faszinierendes Spielzeug. Trotzdem sind einige Sicherheitsregeln³¹ zu beachten:

- Es muss ein ausreichend großer Platz zum Werfen vorhanden sein, z.B. ein Sportplatz oder eine große Wiese!
- Unbedingt darauf achten, dass im Umkreis von 50 Metern keine Hindernisse stehen!

³¹ die Sicherheitsregeln wurden entnommen von den Seiten der „Deutscher Bumerang Club e.V.“

- Die Zuschauer müssen hinter dem Werfer stehen!
- Niemals einen beschädigten Bumerang werfen!
- Niemals bei sehr starkem Wind werfen!
- Niemals eine Bumerang fangen, der sehr schnell zurückgeflogen kommt!

Ob ein Bumerang gut fliegt und zu seinem Werfer zurückkommt, hängt unter anderem von dem

1. Abwurf,
2. Abwurfwinkel,
3. Horizontwinkel und
4. Luv-Winkel (Windwinkel)

ab. Diese werden im Folgenden kurz erläutert.

Abwurf:

Der Werfer klemmt die Flügelspitze zwischen Daumen und gekrümmten Zeigefinger, siehe Abbildung (32).



Abb. (32): Handhaltung des Bumerangs

Dann stellt sich der Werfer wie beim Speerwurf hin und kippt den Bumerang nach hinten, so dass sich der Schwerpunkt unter dem Handgelenk befindet. Dann wird der Bumerang mit einer „peitschenartigen“ Bewegung so weggeschleudert, dass dieser in Rotation gerät. Es soll darauf geachtet werden, dass dem Bumerang möglichst viel Eigendrehung mitgegeben wird. Aber es darf nicht allzu hart geworfen werden, denn der Bumerang fliegt besser, wenn dieser locker aus dem Handgelenk geworfen wird, so dass er sich schnell dreht. Die Abwurfsequenzen eines Rechthändlers sind in Abbildung (33) zu sehen. Die Weite des Fluges hängt kaum oder gar nicht von der Abwurfgeschwindigkeit ab, sondern sie ist auf die Bauform des Bumerangs zurückzuführen (vgl. Kapitel (5.7)).



Abb. (33): Abwurfsequenzen

Abwurfwinkel:

Der richtige Abwurfwinkel befindet sich zwischen der Vertikalen und der anfänglichen Rotationsebene des Bumerangs. Dieser variiert je nach Bauart des Bumerangs. Der Winkel liegt im Allgemeinen zwischen 15° und 45° . Der Abwurfwinkel ist in Abbildung (34) zu sehen. Es soll darauf geachtet werden, dass der Bumerang keinesfalls wie eine Frisbeescheibe vorbei am Körper vorbeigeschleudert wird, weil dieser dann steil aufsteigt und unweigerlich abstürzt. Dadurch kann nicht nur der Bumerang beschädigt werden, sondern auch andere Personen gefährdet.

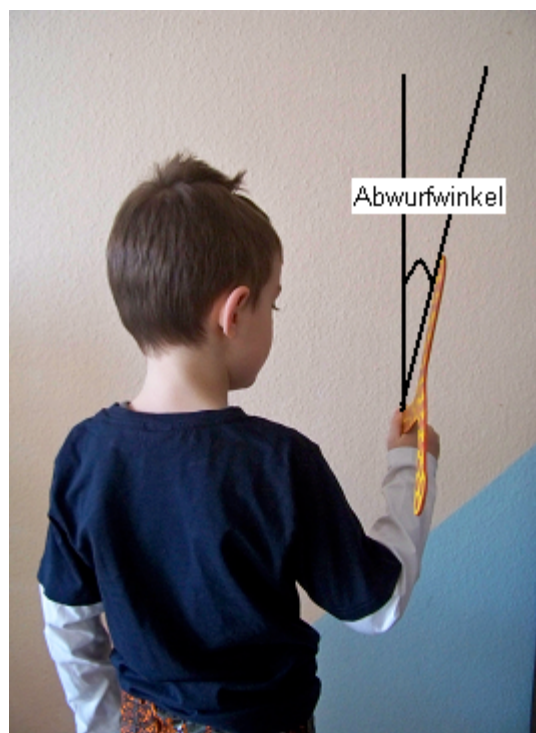


Abb. (34): Abwurfwinkel eines Bumerangs

Horizontwinkel:

Der Horizontwinkel beschreibt den Winkel zwischen Horizontale und Abwurfrichtung. Dieser sollte ca. 15° betragen. Dieser Winkel gibt die Wurfhöhe

an, deshalb soll der Bumerang keinesfalls weit nach oben, sondern fast parallel zum Boden geworfen werden. Der Horizontwinkel ist in Abbildung (35) zu sehen.



Abb. (35): Horizontwinkel beim Abwurf eines Bumerangs

Luv-Winkel:

Der Luv-Winkel bezeichnet den Winkel zwischen Abwurfrichtung und Windrichtung. Der Rechthändlerbumerang muss in einem bestimmten Winkel nach recht abgeworfen werden. Der Luv-Winkel richtet sich sehr nach dem Wind, d.h. je stärker der Wind weht, desto mehr muss der Werfer ihm den Rücken zudrehen. Dieser Luv-Winkel ist in Abbildung (36) zu sehen.

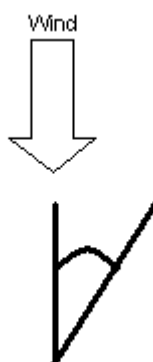


Abb. (36): Der Luv-Winkel beim Abwurf eines Bumerangs

Der Fang eines Bumerangs:

Wurde gelernt den Bumerang so abzuwerfen, dass dieser relativ genau zu einem wieder zurückkehrt, so kann der Bumerang mit einer „Klatschbewegung“ zwischen

zwei Händen aufgefangen werden. Die „Klatschbewegung“ ist in Abbildung (37) zu sehen.



Abb. (37): Korrekter Fang eines Bumerangs

5.3 Probewürfe und Beobachtungen

Die Flugbahn des Bumerangs wurde gleichzeitig von zwei verschiedenen Kameras, im Serienbildmodus-unendlich, aufgenommen. Die Kameras wurden an zwei verschiedenen Stellen positioniert, damit die gesamte Flugbahn aufgenommen werden kann. In Abbildung (38) sind die verschiedenen Flugpositionen (markiert durch rote Ellipsen) des Bumerangs zu sehen.

Beim Bumerangflug wurden folgende Beobachtungen gemacht (diese werden in folgenden Kapiteln näher erläutert):

1. Der Bumerang fliegt, somit unterliegt er den Gesetzen der Strömungslehre und somit auch den Gesetzen des Auftriebes.
2. Der Bumerang macht einen Kurvenflug, somit unterliegt er den Gesetzen der Kreiselmechanik.
3. Der Bumerang zeigt an Schluss des Fluges das Verhalten der Autorotation.
4. Der Bumerang fällt am Ende auf den Boden, somit unterliegt er den Newtonschen Gesetzen.



Abb. (38): Die Flugpositionen des selbstgebauten Bumerangs

5.4 Der Bumerang ist ein Tragflügel

Der Bumerang erfährt beim Flug von der umgebenden Luft eine Kraft, die sich in einen Widerstandsanteil und einen (dynamischen) Auftrieb zerlegen lässt (siehe Abbildung (39)).

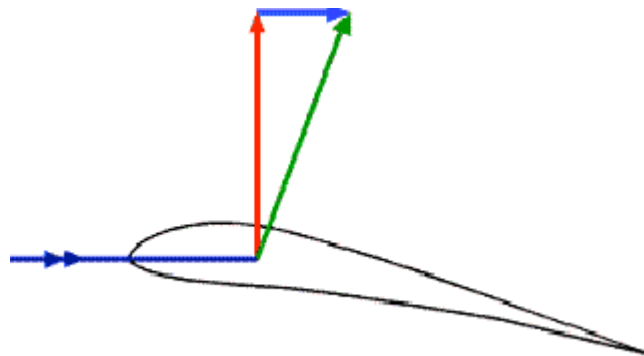


Abb. (39)³²: Kräftezerlegung am Tragflügel. Die anströmende Luft (dunkelblau) erzeugt einen Widerstandsvektor (hellblau) und einen Auftriebsvektor (rot). Auftriebs- und Widerstandsvektor bilden den resultierenden Vektor der Gesamtkraft (grün) die das Profil bei der Anströmung erzeugt.

³² www.delta-mike.pair.com/grafik2/technik/gyroprofil2.gif

Das Wirken der Widerstandskraft führt zu einer langsamen Abnahme der Bewegungsenergie des Bumerangs, dadurch verringert sich der Betrag v_T der Translationsgeschwindigkeit und der Rotationsfrequenz ω des Bumerangs. Diese Tatsache ist jedoch für den Rückkehr des Bumerangs nicht von Bedeutung.

Der Luftumströmter Tragflügel erfährt eine senkrecht zur Strömungsrichtung und zur gewölbten Flügeloberseite eine Auftriebskraft F_A . Des Weiteren ist bekannt, dass je größer die Relativgeschwindigkeit v zwischen dem Flügel und der senkrecht auf die Stirnkante weisende Strömungskomponente der Luft ist, desto größer ist die Auftriebskraft F_A . Diese wird nun quantitativ durch:

$$F_A = kv^2$$

ausgedrückt, wobei die Größe k ($k = c_A \rho A / 2$) von geometrischen Daten des Flügels, von der Dichte der Luft und von der jeweils vorhandenen Art der Strömung (laminar oder turbulent) abhängt.

Nun stellt sich die Frage, wie groß die Auftriebskräfte am rotierenden Bumerang sind. Zuerst soll die relative Geschwindigkeit eines Tragflügelabschnitts in der umgebenden Luft betrachtet werden, wenn dieser z.B. die Punkte P , P' , Q , Q' wie in Abbildung (40) dargestellt, passiert.

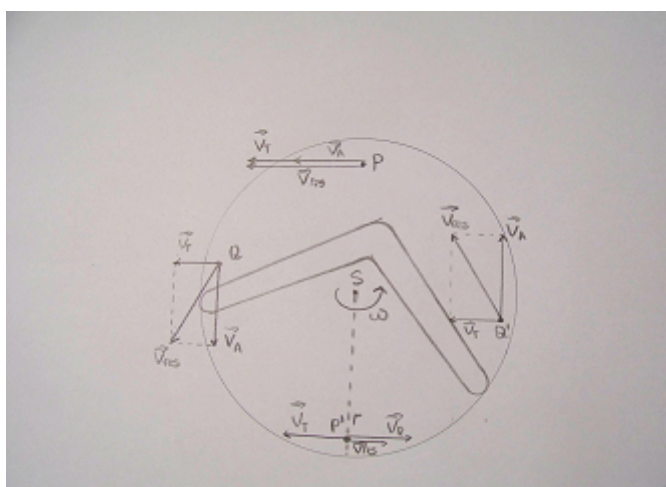


Abb. (40)³³: Translationsgeschwindigkeit und Rotationsgeschwindigkeit am fliegenden Bumerang für verschiedene Punkte die bei einer Vollerholung überstrichen werden. Die daraus resultierende Geschwindigkeit wird zur Bestimmung des Auftriebs benötigt.

Jeder dieser Punkte hat zum Drehzentrum S den gleichen Abstand r und liegen in der kreisförmigen Fläche. Wird das ganze bei einer Windstille betrachtet, so ist die gesuchte Relativgeschwindigkeit gegeben durch:

³³ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph2.jpg>

$$v_{Res} = v_T + v_R$$

wobei v_T durch die Translation und v_R durch die Rotation des Bumerangs zustande kommen. Die Richtung von v_R hängt von dem jeweils betrachteten Punkt ab. Der Betrag von v_R ist bei dem vorgegebenen Abstand r zum Drehzentrum S konstant und ist gegeben durch:

$$v_R = \omega r$$

Im oberen Punkt P addieren sich der Translations- und der Rotationsanteil und v_{Res} erreicht ihren Maximum. Im unteren Punkt P' kompensieren sich teilweise diese Anteile, was zu einem Minimum von v_{Res} führt, siehe Abbildung (41). In den Punkten Q und Q' ist der Betrag von v_{Res} gleich, wobei

$$v_{Res,P} \geq v_{Res,Q} = v_{Res,Q'} \geq v_{Res,P'}$$

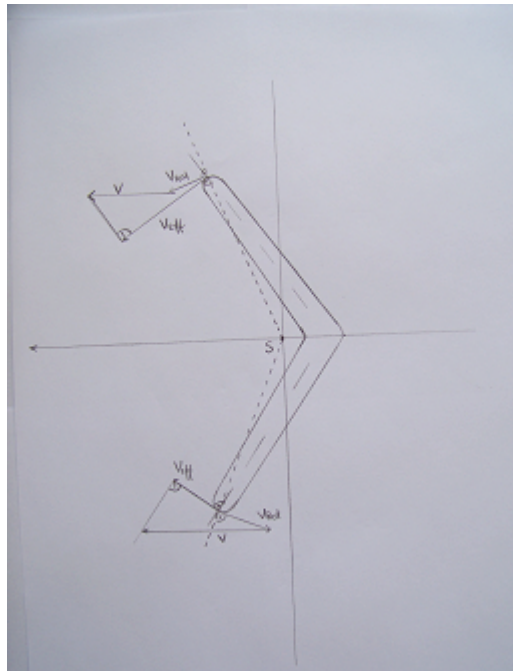


Abb. (41)³⁴: Zusammensetzung der resultierenden Geschwindigkeit für beide Bumerangarme

5.5 Der Bumerang als Kreisel

Grundsätzlich für den Kurvenflug des Bumerangs ist die Präzession verantwortlich. Diese Bewegung entsteht, wenn auf einen rotierenden Körper

³⁴ www.bumerangwelt.de/87/87302b.gif

seitlich ein Drehmoment wirkt. An einem, wie in Abbildung (42), rotierenden Kreisel greift ein Drehmoment an.

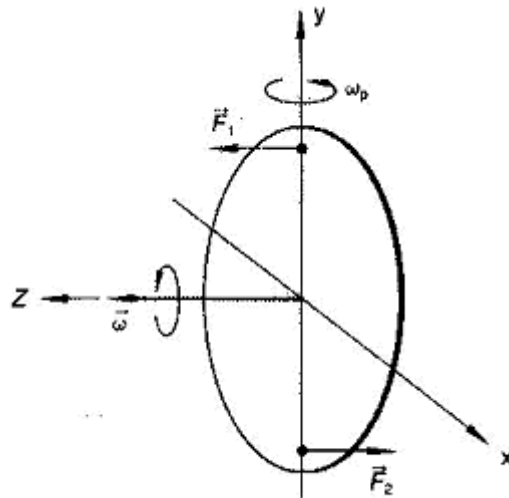


Abb. (42)³⁵: Präzession eines Kreisels der mit der Geschwindigkeit ω um die z-Achse rotiert. Die Präzession erfolgt um die die y-Achse mit der Präzessionsfrequenz ω_p

Der Drehmoment entsteht durch das Kräftepaar $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2)$ mit $\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2$. Dieser versucht den Kreisel um die x -Achse zu kippen. Der Kreisel kippt jedoch nicht um, sondern reagiert auf das äußere Moment durch eine Richtungsänderung der Drehachse. Der Vektor der Rotationsgeschwindigkeit wandert in Richtung der (positiven) x -Achse. Diese Drehung heißt Präzession und erfolgt um die y -Achse mit der Präzessionsgeschwindigkeit ω_p . Die Präzession lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$\omega_p = \frac{M}{J\omega} \quad (5.1)$$

Um die Präzession zu verdeutlichen, muss man sich vorstellen, dass beim Versuch des Kippens eine zusätzliche Geschwindigkeit $\mathbf{v}_k$, die senkrecht zur Rotationsebene steht, hinzukommt. Diese Geschwindigkeit ist für zwei Punkte $\mathbf{P}_1$ und $\mathbf{P}_2$ in Abbildung (43) zu sehen.

³⁵ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph1.jpg>

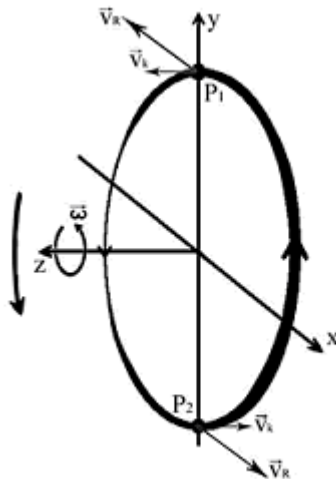


Abb. (43)³⁶: Im Bild ist eine, senkrecht zur
Senkrecht zur Rotationsebene,
Geschwindigkeit v_k für zwei
Punkte P_1 und P_2 zu sehen

Die Kippgeschwindigkeit $\mathbf{v}_k$ überlagert sich dabei mit der Rotationsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_R$ in diesen Punkten zu einer resultierenden Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{Res}$, wie in Abbildung (44) eingezeichnet ist. Die Rotationsebene dreht sich um die $\mathbf{y}$ -Achse.

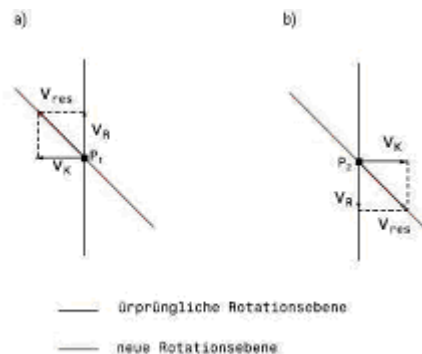


Abb. (44)³⁷: Geschwindigkeitskomponente für
Zwei ausgewählte Punkte P_1 und
 P_2

Zusammengefasst erfährt der Bumerang eine Kraft, die diesen nach links drückt und eine Präzession, die die Rotationsebene um die $\mathbf{y}$ -Achse dreht. Beide Bewegungen wirken zusammen und führen zu der beobachteten Kreisbahn, siehe nächster Kapitel.

5.6 Rückkehr des Bumerangs

Nun soll der Grund für die Rückkehr des Bumerangs untersucht werden. Wie bereits erwähnt, erfährt der Bumerang eine Kraft, die ihn nach unten drückt und

³⁶ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph2.jpg>

³⁷ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph3.jpg>

eine Präzession, die die Rotationsebene um die **y**-Achse dreht. Beide Bewegungen wirken zusammen und führen den Bumerang zu einer Kreisbahn. In Abbildung (45) ist dieses Zusammenwirken zu sehen.

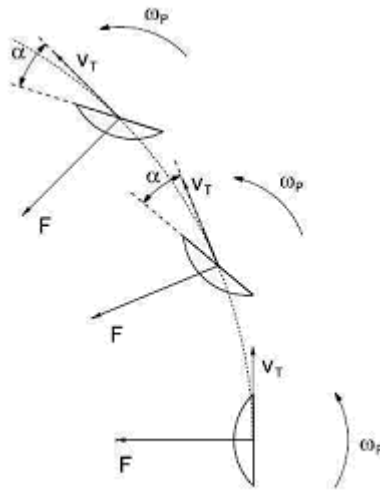


Abb. (45)³⁸: Idealisierte Kreisbahn des Bumerangs, dargestellt aus der Vogelperspektive

Dies lässt sich folgendermaßen erklären. Im Schwerpunkt des Bumerangs bildet sich eine resultierende Auftriebskraft F_{res} , die sich aus den Kräften zusammensetzt, die für die Linksverschiebung verantwortlich waren. Die resultierende Auftriebskraft wirkt stets senkrecht zu der momentanen Geschwindigkeit v_T des Bumerangsschwerpunktes und stellt somit eine Zentripetalkraft dar, die den Bumerang auf eine Kreisbahn zwingt. Somit bewirkt die resultierende Kraft eine Krümmung der Flugbahn nach links. Dadurch entsteht eine Drehung des Geschwindigkeitsvektors v_T entgegen dem Uhrzeigersinn. Die Rotationsebene geht mit dem Kurvenflug mit und dreht sich auch entgegen dem Uhrzeigersinn.

Nach dieser Beschreibung durchfliegt der Bumerang eine idealisierte Bahn. In Wirklichkeit würde der Bumerang während des Weges abstürzen. Mit zunehmender Flugstrecke in der Kreisbahn legt sich jedoch der Bumerang flach und verhindert somit sein Abstürzen.

5.7 Das Flachlegen des Bumerangs

Die bisherigen Überlegungen können das Flachlegen des Bumerangs, d.h. das Drehen in die vertikale Richtung mit der gewölbten Flügelseite nach oben, nicht erklären. Bei der Erklärung der Kreisbahn wurde davon ausgegangen, dass die Auftriebskräfte in den Punkten **Q** und **Q'** gleich groß sind. Doch dies ist nicht der Fall, da der nacheilende Flügel durch eine turbulenteren Strömung fliegt als der voraneilende, siehe Abbildung (46).

³⁸ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph4.jpg>

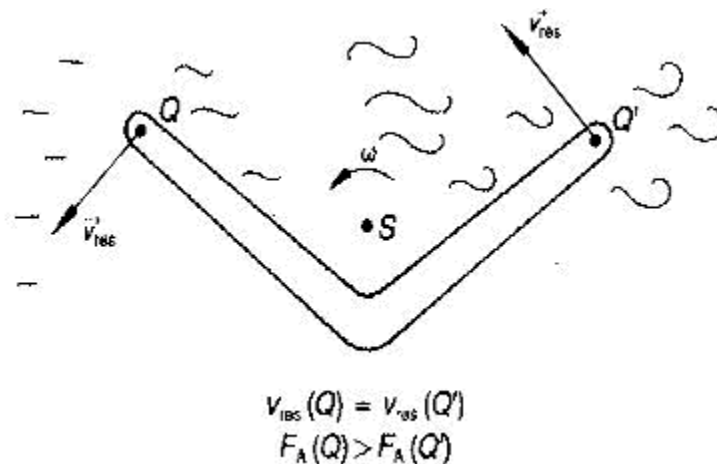


Abb. (46)³⁹ : Erzeugung von auftriebserniedrigenden Turbulenzen
Durch den vorausseilenden Flügel

Die relativen Geschwindigkeiten sind in Punkten **Q** und **Q'** weiterhin gleich, was sich aber ändert ist der Faktor **k** (vgl. mit Gleichung (5.1)). Diese Änderung erfolgt aufgrund dessen, dass der Punkt **Q'** durch eine turbulenteren Strömung durchfliegt, die der vorausseilende Flügel hinter sich erzeugt. D.h., dass der nachfolgende Arm produziert wegen der Wirbel, die der vorherige Arm hinterlässt, einen kleineren Auftrieb

$$F_A(Q) > F_A(Q')$$

Dies führt zu einem Drehmoment, welches das Flachlegen des Bumerangs verursacht.

Wie schnell die Flächenbewegung erfolgt, hängt von der Größe dieses Drehmoments ab. Je nach Bumerang kann das Drehmoment so stark ausgeprägt sein, dass die Rotationsebene sich bis zum Ende des Fluges nicht nur in die Horizontale dreht, sondern darüber hinaus sich wieder schräg stellt, allerdings mit der Oberseite der Flügel zur anderen Seite weisend, so dass sich an die Linkskurve eine Rechtskurve anschließt. Auf diese Weise kommen **S**- und **8**-förmige Bumerangflugbahnen zustande.

5.8 Autorotation

Bei einigen Bumerangs tritt bei manchen Würfeln in der Endphase des Fluges noch eine zusätzliche Erscheinung auf. Der Bumerang zeigt an Schluss des Fluges das Verhalten der Autorotation, bei dem selbstgebaute Dreiflügel-Bumerang war diese Erscheinung deutlich zu beobachten. Damit ist gemeint, dass der Bumerang zum Schluss parallel zur Erdoberfläche rotiert und im Vergleich zur

³⁹ <http://www.brgkepler.at/~rath/fliegen/projekt/bumerang/ph5.jpg>

vorhergehenden Flugphase deutlich langsamer sinkt und schneller rotiert. Die Autorotation hat mit der eigentlichen Rückkehr des Bumerangs nichts mehr zu tun.

Die Autorotation lässt sich folgendermaßen erklären:

An Ende des Fluges legt sich der Bumerang flach. Auf dem Bumerang verteilen sich die Auftriebskräfte symmetrisch. Da die Translationsbewegung „weitgehend“ verschwunden ist, werden diese Auftriebskräfte nur noch durch die Rotationsbewegung hervorgerufen und es findet keine Präzession mehr statt. Somit ist die eigentliche Bumerangbewegung beendet. Der Bumerang rotiert in einer waagerechten Ebene und sinkt langsam zu Boden. Durch das Absinken hat der Bumerang zusätzlich zu der Rotationsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_R$ eine Absinkgeschwindigkeit $\mathbf{v}_S$. Es entsteht eine resultierende Geschwindigkeit $\mathbf{v}_{Res}$, die schräg nach unten zeigt, siehe Abbildung (15). Senkrecht auf dieser Resultierenden steht der Auftrieb $\mathbf{F}_A$. Des Weiteren muss die Widerstandskraft $\mathbf{F}_W$ mitberücksichtigt werden. Zusammen mit dem Auftrieb entsteht auch hier eine resultierende Kraft $\mathbf{F}_{Res}$. Die Tangentialkraft wirkt in Drehrichtung und beschleunigt den Flügel. Damit nimmt die Autorotations-geschwindigkeit $\mathbf{v}_R$ bis zu einem bestimmten Wert zu. Dadurch trifft der Vektor $\mathbf{v}_{Res}$ flacher auf das Flügel auf. Somit neigt sich die resultierende Kraft $\mathbf{F}_{Res}$ nach hinten. Deswegen wirkt die Tangentialkraft entgegen der Drehrichtung und bremst die Rotation ab.

5.9 Der Radius der Bumerangkreisbahn

Den Radius der Bumerangkreisbahn kann nur quantitativ abgeschätzt werden. Um diese Abschätzung machen zu können muss jedoch der Trägheitsmoment des Bumerangs bekannt sein. Denn der Radius der Bumerangkreisbahn ist proportional zu seinem Trägheitsmoment. Hier ein kleine Herleitung⁴⁰ warum das so ist.

Kehrt der Bumerang zum Werfen zurück, so hat dieser eine volle Umdrehung um seine vertikale Präzessionsachse gemacht. In diesem Fall ist die Präzessionsgeschwindigkeit ω_p gleich der Winkelgeschwindigkeit ω_R der Kreisbahnbewegung, also:

$$\omega_p = \omega_R$$

Aus der Gleichung:

$$\omega_p = \frac{M}{J\omega}$$

folgt:

⁴⁰ http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/fachbereich_physik/didaktik_physik/publikationen/bumerang.pdf

$$R = \frac{\omega J v_T}{M} \quad (5.1)$$

wobei **M** das präzedierende Moment ist, der durch oben und unten am Bumerang auftretenden Auftriebskräften bestimmt wird. Es gilt:

$$M \propto F_{A,O} - F_{A,U}$$

Mit

$$F_{A,O} \propto (\omega R + v_T)^2$$

und

$$F_{A,U} \propto (\omega R - v_T)^2$$

folgt

$$M \propto v_T \omega$$

Dies eingesetzt in Gleichung (5.3) ergibt:

$$R \propto J$$

Die genaue Analyse zeigt jedoch, dass der Radius nur unabhängig vom Quotienten (ω/v_T) ist⁴¹.

⁴¹ F.Hess: Boomerangs, Aerodynamics and Motion. Dissertation, Groningen 1975, S.497ff.

6. Bumerang in der Schule

Das Thema Bumerang eignet sich gut für einen projektorientierten Unterricht, hier vor allem bezogen auf die an vielen Schulen übliche Projektwoche. Für die Gestaltung der Projektwoche würde ich mich nach dem didaktischen Dreieck von Albert A. Gächter orientieren, siehe Abbildung (47). Diesen didaktischen Dreieck benutze ich auch für die Entwicklung der Unterrichtsreihen.



Abb. (47)⁴²: Das didaktische Dreieck von Albert A. Gächter

Nun werde ich die einzelnen Bausteine des Dreiecks (die genauen Beschreibungen der einzelnen Bausteine kann unter <http://didamath.com/docs/mein%20didaktisches%20dreieck.pdf> nachgeschaut werden), bezogen auf die Projektwoche, erläutern:

- **„fundamentale Ideen“** :
Es werden die physikalische Grundlagen des Bumerangs erarbeitet
- **„Tools“**
Durch Beobachtungen und mit Hilfe der Experimente werden die Grundlagen erklärt
- **„Geschichte“**
Es werden die geschichtlichen Wurzeln des Themas kennen gelernt
- **„Mit Leben füllen“**
Es werden Beziehungen zum Alltag hergestellt

⁴² <http://didamath.com/didaktik.html>

- **„New stuff“**
Es wird stets die Beobachtung zum Anlass genommen, um über die Details nachzudenken
- „Tabus brechen“
- **„Eigenaktivität“**
Die Schüler stellen ihre eigene und individuelle Produkte her, die sie auch in ihrer Freizeit nutzen können

Die Projektwoche würde ich folgendermaßen gestalten. Am Anfang der Projektwoche sollen die Schüler/innen einen einfachen zwei- bzw. dreiflügeligen Bumerang bauen, die Einleitung zur Bau eines Bumerang siehe Kapitel 5.1. Das Material zur Herstellung des Bumerangs ist leicht zu beschaffen und nicht besonders teuer. Das Werkzeug zur Holzbearbeitung ist an fast allen Schule vorhanden. Ist der Bumerang fertig ausgeschnitten (der Bumerang befindet sich in der Grundform, d.h. ohne dass die Bumerangarme profiliert wurden), so werden mit den Schülern die ersten Probewürfe gemacht. Das Ergebnis ist Eindeutig: der Bumerang fliegt wie ein gewöhnlicher Stock und der Flugbahn ist ähnlich dem schiefen Wurf. Nun stellen sich automatisch die Fragen:

- Warum fliegt der Bumerang nicht, wie es erwartet wurde?
- Wie muss man die Bumerangarme bearbeiten damit dieser die gewünschte Flugbahn macht und zum Werfer zurückkommt?

Der Grund dafür, dass zuerst der Bumerang gebaut und nicht zuerst die Theorie besprochen wurde, liegt darin, dass die Schüler durch die Beobachtung die Probleme erkennen sollen und sich hinterfragen wie diese Probleme gelöst werden können. Dadurch wird die Theorie zum Hilfsmittel für die Herstellung und die Handhabung der Geräte.

Nun wird mit den Schülern erarbeitet, dass die Bumerangarme die Form der Tragflügel haben müssen. Mit Hilfe der drei Experimente (siehe Kapitel 4.3.1-4.3.3) kann mit den Schülern der Grund für das Fliegen entwickelt werden. Ist nun das nötige Wissen erarbeitet, dann kann mit dem Profilieren der Bumerangarme begonnen werden. Dabei ist es zu Beachten ob es sich um einen rechts- oder linkshändigen Bumerang handelt. Die Bumerangarme eines linkshändigen Bumerangs werden im Vergleich zu einem rechtshändigen Bumerang spiegelverkehrt profiliert (der Grund dafür liegt in der Wurftechnik). Wie ein Bumerang richtig profiliert werden soll, ist im Kapitell 5.1 am Beispiel eines dreiflügeligen Bumerang zu sehen. Bevor die Schüler/innen ihren Bumerang wieder werfen können, sollten zuerst die „Grundlagen des Bumerangwerfens“ besprochen werden. Das nötige Grundwissen, wie ein Bumerang richtig geworfen und wieder gefangen werden soll, ist ebenfalls dem Kapitel 5.1 zu entnehmen.

Nach den erfolgreichen Probewürfen kann nun mit den Schülern der Grund für die „geheimnisvolle“ Rückkehr des Bumerangs gelüftet werden. Dafür wäre folgendes Grundwissen:

1. **Kräfte und ihre Wirkung** (laut dem Hessischen Lehrplan für Gymnasium, soll dieses Wissen in der Klassenstufe 7 erworben werden)

2. **Warum fliegen Flugzeuge?** (laut dem Hessischen Lehrplan für Gymnasium, soll dieses Wissen in der Klassenstufe 8 erworben werden)
 3. **Rotation starrer Körper** (laut dem Hessischen Lehrplan für Gymnasium, soll dieses Wissen in der Klassenstufe 11 erworben werden)
- vom Vorteil. Die Erklärung für die Rückkehr des Bumerangs, sowie weitere Beobachtungen während des Fluges sind aus den Kapiteln 5.2-5.7 zu entnehmen.

Nach dem neu erworbenen Wissen, sollen die Schüler etwas eigenes herstellen, wie z.B. den Anfangsbuchstaben ihren Vor- oder Nachnamens, denn jede Buchstabe des Alphabets kann als Bumerangform verwendet werden⁴³. Sind die Probewürfe der neuen Bumerangs erfolgreich, so können die Schüler diesem einen individuellen Design verschaffen.

Zum Ende der Projektwoche können einige spielirische Wettkämpfe zwischen den Schülern durchgeführt werden. Dazu soll ein genügend großer freier Platz, wie z.B. Fußball- oder Sportplatz, zur Verfügung stehen. Die Ideen für die Wettkämpfe sind über den „Deutschen Bumerang Club e.V.“ zu finden. Als Belohnung für den Gesamtsieg der Wettkämpfe kann der Sieger z.B. einen Pokal gewinnen.

⁴³ vgl. VEIT: Bumerangs Selbstbau und Wurftechnik. Stuttgart 1982

7. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorgelegten Arbeit, war es die physikalischen Prinzipien des Bumerangs auf die Schule zu übertragen.

Für viele Schüler ist es rätselhaft, wie ein gekrümmter „Stock“ fliegen und vor allem warum dieser wieder zurückkehren kann. Manche Schüler, die es versucht haben, sich dafür die Erklärung auszuarbeiten, waren danach genau so schlau wie vorher. Dies liegt daran, dass die meiste Literatur diese Phänomene auf einem Hochschulniveau behandeln. Deshalb wurde versucht ein einfaches Erklärungsmodell für das Flugverhalten des Bumerangs so auszuarbeiten, dass dieser auch in der Schule behandelt werden kann.

Physikalisch werden dabei drei Phänomenbereiche angesprochen, auf die der Bumerangflug aufbaut:

1. Strömung um ein Körper
2. Aerodynamik am Tragflügel
3. Das Verhalten eines sich um eine Achse drehenden Körpers

Beim Behandeln der Flugeigenschaften des Bumerangs wird stets die Beobachtung zum Anlass genommen, um über die Details nachzudenken. Deshalb soll auch von den Schülern durch eigenhändige Arbeit ein Bumerang hergestellt werden, bei dem sie ihre Beobachtungen machen können.

Die Theorie wird dann mit Hilfe der Experimente und durch die Beobachtungen aus dem Alltag erklärt.

In der Schule, in der ich zur Zeit als Lehrkraft tätig bin, soll in den letzten Wochen des Schuljahres eine Projektwoche statt finden. Diese Gelegenheit möchte ich nutzen und „Die Physik des Bumerangs“ mit den Schülern ausprobieren.

Literaturverzeichnis

Verwendete Bücher:

BRETFELD, Ullstein (1992). Das Bumerang-Buch. Ullstein

GREINER, Walter (1991). Hydrodynamik. Ein Lehr- und Übungsbuch. 4. überarbeitete Auflage. Frankfurt.

HESS, Felix (1975). Boomerangs, Aerodynamics and Motion. Dissertation. Groningen

LÜST, Reimar (1978). Hydrodynamik. Zürich

MESCHÉDE, Dieter (2002). Gerthsen Physik. 21. Auflage. Berlin, Heidelberg

OTTEN, Ernst (2002). Repetitorium Experimentalphysik. 2. Auflage. Heidelberg, Berlin

SCHLICHTING/TRUCKENBRODT (1967). Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1

SCHLICHTING/RODEWALD (1986). Der Bumerang. Praxis der Naturwissenschaften

SPURK, Joseph (1987). Strömungslehre. Einführung in die Theorie der Strömungen. Heidelberg.

VEIT, Günther (1983). Bumerangs. Werfen, Fangen und Selberbauen. München

WIEGHARDT, Karl (1974). Theoretische Strömungslehre. Eine Einführung. 2. überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin.

WAGNER, Walter (2001). Strömung und Druckverlust. Würzburg

Internetquellen:

<http://www.bumerangclub.de/>

<http://www.bumerang-sport.de/bauanleitung/bauanleitung.htm>

http://www.uni-muenster.de/imperia/md/content/fachbereich_physik/didaktik_physik/publikationen/bumerang.pdf

http://www.bumerangs.de/bw-archiv/bw_index.htm#theorie

<http://www.bumerang-projekt.levinpfeiffer.com/index.php?page=preisliste&show=detail&nr=005>

http://www.physik.uni-wuerzburg.de/physikonline/video1/m6_starrer/m2versuch5.html

<http://www.bumerang-muenchen.de/bauplan.htm>

http://www.diam.unige.it/~irro/lecture_d.html

http://www1.beuth-hochschule.de/EMR/AB_Bernoulligleichung.pdf

http://ksk.ch/uploads/media/Das_Ph%C3%A4nomen_Bumerang.pdf

und die Seiten, die schon für Referenzen verwendet wurden

Dankaussagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Menschen bedanken, die mich auch außerhalb der Entstehung dieser Arbeit auf meinem bisherigen Lebensweg unterstützt haben.

An erster Stelle möchte ich mich bei meiner Familie (meiner Frau Irina, meinem Sohn Lars sowie meinen Eltern Georg und Rosa Berger) bedanken, denen ich diese Arbeit auch widmen möchte. Sie haben mich zu jedem Zeitpunkt, seien es Höhen oder Tiefen, bedingungslos unterstützt und mir auf meinem bisherigen Lebensweg immer große Entscheidungsfreiheiten gelassen. Mein Dank gilt auch meiner Schwester Prof. Dr. med. Irina Berger und meinem Schwager Dr. med. Andrej, sowie meinem Neffen Dietrich und meiner Nichte Katharina, die mir ständig Fragen zu meiner Arbeit stellten und mir Mut machten etwas sinnvolles gemacht zu haben.

Prof. Dr. Uwe Oberlack möchte ich meinen besonderen Dank, für die gute Betreuung dieser Arbeit und die Unterstützung bei allen auftretenden Problemen, aussprechen.